

Laboratorio Informatico di Controlli Automatici

Prof. Paolo Rocco

Complementi di teoria dei sistemi

Alcune funzioni utili

<code>expm(A)</code>	esponenziale di matrice
<code>[y,t,x]=initial(sist,x0)</code>	calcolo del moto libero
<code>sist2 = ss2ss(sist1, T)</code>	cambiamento di variabili di stato.
<code>Kr = ctrb(sist), Ko = obsv(sist)</code>	raggiungibilità e osservabilità.

Esercizio 1

Data la matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 0 & -3 \\ 0 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

1. Si calcoli la matrice esponenziale e^A ;
2. Detti λ_i gli autovalori di A , e T la matrice che mette A in forma diagonale, si verifichi che $e^A = T^{-1} \text{diag}\{e^{\lambda_i}\}T$.

Esercizio 2

Dato il sistema dinamico lineare tempo invariante:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -4x_1 - 3x_2 + 3x_4 \\ \dot{x}_2 = -3x_2 - x_3 + x_4 \\ \dot{x}_3 = -2x_2 - 3x_3 + 2x_4 \\ \dot{x}_4 = -2x_2 - x_3 + u \end{cases}$$

$$y = x_1 + x_2$$

1. Se ne verifichi l'asintotica stabilità;
2. Si calcoli il moto libero con stato iniziale $x_0=[1;0;1;2]$, utilizzando la funzione `initial`. Si valuti se il moto libero è coerente con l'asintotica stabilità del sistema.

Esercizio 3

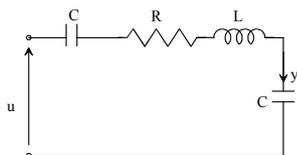
Dato il sistema dinamico lineare tempo invariante autonomo:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + 2x_2 - 2x_3 \\ \dot{x}_2 = -x_2 \\ \dot{x}_3 = -x_3 \end{cases}$$

1. Se ne verifichi l'instabilità;
2. Si calcoli il moto libero a partire dallo stato iniziale $x_0=[1;2;3]$, verificandone la limitatezza;
3. Si perturbi lo stato iniziale in modo da evidenziare l'effettiva instabilità del moto libero prima determinato.

Esercizio 4

Dato il circuito elettrico in figura, dove $R=1, C=1, L=1$,



1. Se ne ricavi il modello, assumendo come variabili di stato le tensioni sui condensatori (x_1 e x_2) e la corrente nell'induttore (x_3);
2. Si verifichi che il sistema non è completamente raggiungibile e osservabile;
3. Si determini la funzione di trasferimento del sistema;
4. Si individui una trasformazione di variabili di stato che mette in evidenza la non completa raggiungibilità ed osservabilità e si verifichi che la funzione di trasferimento del nuovo sistema è la stessa di prima.