

# Controlli automatici

(Prof. Rocco)

Anno accademico 2003/2004

Prima prova scritta intermedia

10 Novembre 2003

Cognome:.....

Nome: .....

Matricola:.....

Firma:.....

## Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **6** pagine (compresa la copertina). Tutte le pagine utilizzate vanno firmate.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare l'apposita pagina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Firma:.....

---

**Utilizzare questa pagina SOLO in caso di correzioni o se lo spazio a disposizione per qualche domanda non è risultato sufficiente**

**Esercizio 1**

Si consideri un generico sistema dinamico tempo invariante:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ y(t) &= \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))\end{aligned}$$

e si supponga che, in corrispondenza dell'ingresso costante  $\bar{\mathbf{u}}$ , il sistema ammetta lo stato di equilibrio  $\bar{\mathbf{x}}$ .

**1.1** Si dia la definizione di asintotica stabilità alla Lyapunov dello stato di equilibrio.

**1.2** Si spieghi che cosa si intende per "regione di attrazione" di uno stato di equilibrio asintoticamente stabile.

**1.3** Si consideri ora il sistema lineare di equazioni:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -x_1(t) + x_2(t) + 2u(t) \\ \dot{x}_2(t) = -x_1(t) - x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) = x_1(t) - 3x_3(t) \\ y(t) = x_3(t) \end{cases}$$

e si dimostri che è asintoticamente stabile (senza calcolarne numericamente gli autovalori).

- 1.4 Si consideri un generico stato di equilibrio per il sistema del punto precedente: quanto è grande la sua regione di attrazione?

### Esercizio 2

Si consideri un generico sistema dinamico lineare tempo invariante:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t)$$

- 2.1 Si dica sotto quali condizioni è possibile con una legge di controllo  $\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}\mathbf{x}(t)$ , posizionare arbitrariamente gli autovalori del sistema in anello chiuso e per quale motivo questo problema riveste interesse.

- 2.2 Posto ora:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{C} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]$$

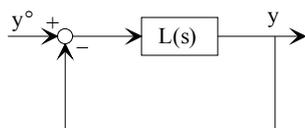
si determini la matrice  $\mathbf{K}$  in modo tale che il sistema in anello chiuso abbia tutti gli autovalori nel punto  $-1$ .

- 2.3 Si dica se è possibile, per il sistema dato, posizionare arbitrariamente gli autovalori se lo stato non è misurabile.

- 2.4 Si dica se è possibile, per il sistema dato, risolvere il problema dell'assegnamento degli autovalori con retroazione dell'uscita e con regolazione a zero dell'errore.

### Esercizio 3

Si consideri il sistema dinamico in retroazione:



in cui  $L(s) = \rho \frac{s-1}{(s+1)^2(s+2)}$ .

- 3.1 Si tracci il luogo delle radici diretto.

**3.2** Si tracci il luogo delle radici inverso.

**3.3** Sulla base dei luoghi tracciati, si determini l'insieme dei valori di  $\rho$  per cui il sistema in anello chiuso è asintoticamente stabile.

**3.4** Quando una delle radici è nel punto  $-1.5$  il sistema in anello chiuso è asintoticamente stabile?