



POLITECNICO
MILANO 1863

FONDAMENTI DI ROBOTICA

A.A. 2022-2023

PROF. ROCCO

16 FEBBRAIO 2024 - QUINTO APPELLO

COGNOME E NOME: _____

MATRICOLA: _____

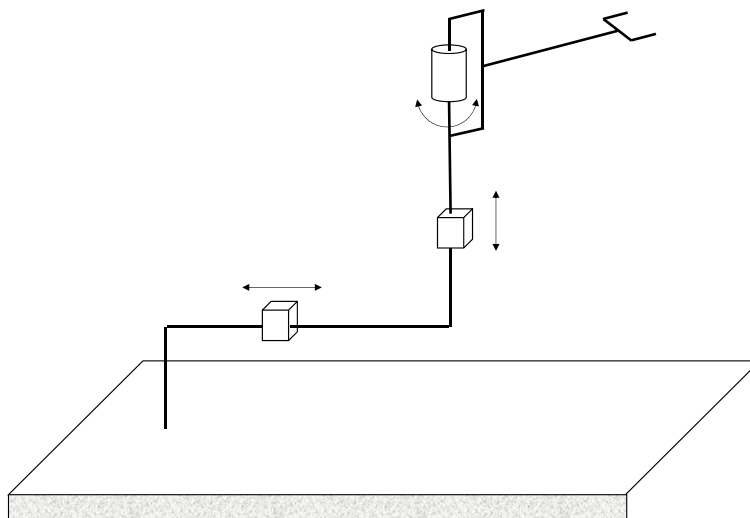
FIRMA: _____

Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **8** pagine (compresa la copertina). Firmare il frontespizio.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Esercizio 1

Si consideri il manipolatore disegnato in figura:



Domanda 1.1 Si riportino, sulla figura stessa, le terne secondo la convenzione di Denavit-Hartenberg e si compili la relativa tabella dei parametri:

	a	α	d	ϑ
1				
2				
3				

Domanda 1.2 Per il manipolatore dato, si scrivano le equazioni della cinematica diretta relativamente alla sola posizione.¹

¹Si ricorda, nel caso la si ritenga utile per la soluzione dell'esercizio, l'espressione della matrice di trasformazione omogenea tra due terne consecutive:

$$\mathbf{A}_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c_{\vartheta_i} & -s_{\vartheta_i} c_{\alpha_i} & s_{\vartheta_i} s_{\alpha_i} & a_i c_{\vartheta_i} \\ s_{\vartheta_i} & c_{\vartheta_i} c_{\alpha_i} & -c_{\vartheta_i} s_{\alpha_i} & a_i s_{\vartheta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

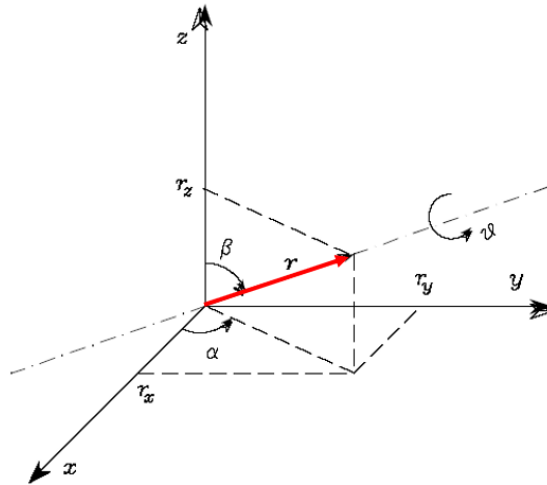
Domanda 1.3 Per il manipolatore dato, si determini lo Jacobiano geometrico (relativo alle sole velocità lineari), evidenziando i punti di singolarità.²

Domanda 1.4 Si disegni, con una vista dall'alto, il manipolatore in una delle configurazioni singolari ricavate precedentemente e si spieghi quale movimento elementare dell'end effector è precluso in questa configurazione.

²Si ricorda che il prodotto vettoriale tra i vettori $a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$ è $c = a \times b = \begin{bmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{bmatrix}$

Esercizio 2

Domanda 2.1 Facendo riferimento alla seguente figura, si discuta che cosa si intende per rappresentazione asse-angolo dell'orientamento. Si spieghi in particolare da quanti elementi è composta questa rappresentazione e che vincolo sussiste tra tali elementi.



Domanda 2.2 Si supponga ora di volere pianificare la traiettoria di orientamento dell'end-effector di un robot. Le matrici di rotazione che esprimono rispettivamente l'orientamento iniziale e l'orientamento finale rispetto alla terna mondo sono:

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{I}_3, \quad \mathbf{R}_f = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Si determini l'asse intorno a cui deve essere effettuata la rotazione e l'angolo per cui occorre ruotare.

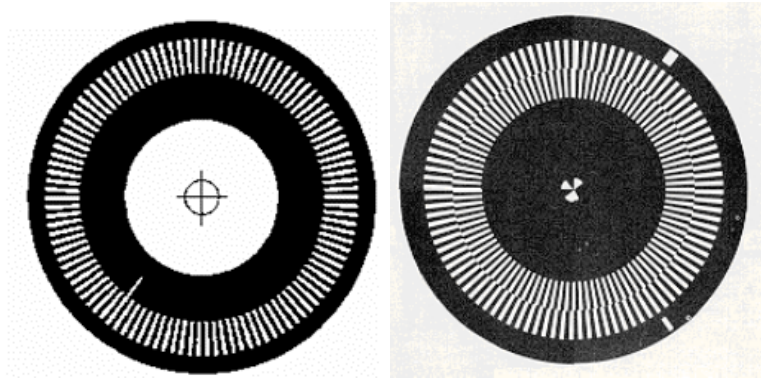
Domanda 2.3 Si definisca il quaternion unitario, spiegando da quanti elementi è composta questa rappresentazione e che vincolo sussiste tra tali elementi. Si esprima la rotazione della terna finale rispetto a quella iniziale di questo esercizio con un quaternion unitario.

Domanda 2.4 Sempre con riferimento ai dati di questo esercizio, si pianifichi l'evoluzione dell'angolo con una legge oraria cubica rispetto al tempo, con tempo di posizionamento pari a $T = 1s$. Si assumano nulle la velocità iniziale e quella finale e si esprima l'angolo in gradi.³

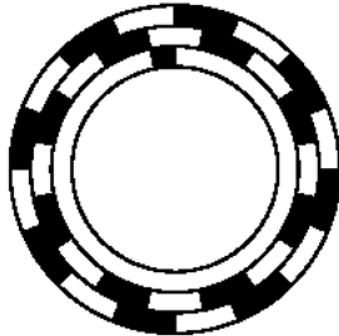
³Nel caso non si sia riusciti a risolvere il punto 2 dell'esercizio, si risolva il presente punto assumendo come valore finale dell'angolo 60° .

Esercizio 3

Domanda 3.1 Nelle seguenti figure sono rappresentati un encoder incrementale a singola traccia e un encoder incrementale a doppia traccia. Si spieghi per quale motivo si utilizza la seconda traccia.



Domanda 3.2 Si spieghi come si calcola la risoluzione di un encoder incrementale e si determini il valore di tale risoluzione per l'encoder incrementale rappresentato in figura.



Domanda 3.3 Si spieghi perché in un motore brushless la misura della posizione è necessaria per la corretta erogazione di coppia del motore.

Domanda 3.4 La seguente figura fa riferimento alla coppia motrice di un motore brushless sinusoidale come funzione della corrente (ampiezza delle correnti sinusoidali) e dell'angolo. Si commenti tale figura e si spieghi quale fenomeno riproduce.

