



**POLITECNICO**  
MILANO 1863

# FONDAMENTI DI ROBOTICA

A.A. 2022-2023

PROF. ROCCO

16 FEBBRAIO 2024 - QUINTO APPELLO

COGNOME E NOME: \_\_\_\_\_

MATRICOLA: \_\_\_\_\_

FIRMA: \_\_\_\_\_

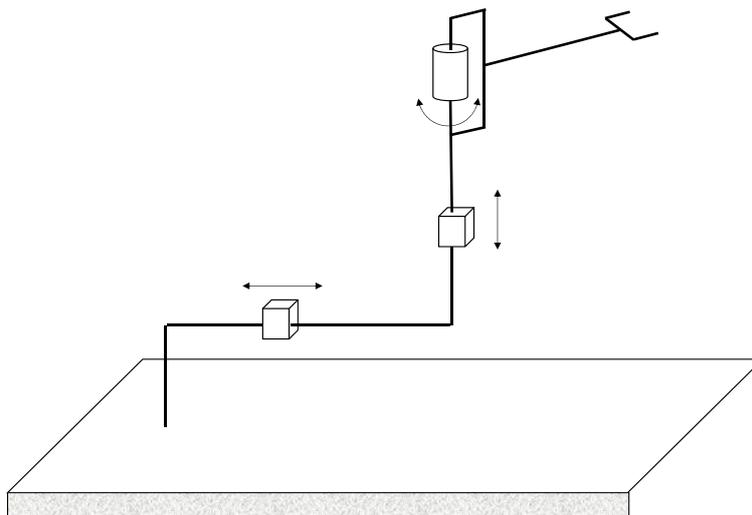
## Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **8** pagine (compresa la copertina). Firmare il frontespizio.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.



## Esercizio 1

Si consideri il manipolatore disegnato in figura:



**Domanda 1.1** Si riportino, sulla figura stessa, le terne secondo la convenzione di Denavit-Hartenberg e si compili la relativa tabella dei parametri:

	$a$	$\alpha$	$d$	$\vartheta$
1				
2				
3				

**Domanda 1.2** Per il manipolatore dato, si scrivano le equazioni della cinematica diretta relativamente alla sola posizione.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Si ricorda, nel caso la si ritenga utile per la soluzione dell'esercizio, l'espressione della matrice di trasformazione omogenea tra due terne consecutive:

$$\mathbf{A}_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c_{\vartheta_i} & -s_{\vartheta_i} c_{\alpha_i} & s_{\vartheta_i} s_{\alpha_i} & a_i c_{\vartheta_i} \\ s_{\vartheta_i} & c_{\vartheta_i} c_{\alpha_i} & -c_{\vartheta_i} s_{\alpha_i} & a_i s_{\vartheta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Domanda 1.3** Per il manipolatore dato, si determini lo Jacobiano geometrico (relativo alle sole velocità lineari), evidenziando i punti di singolarità.<sup>2</sup>

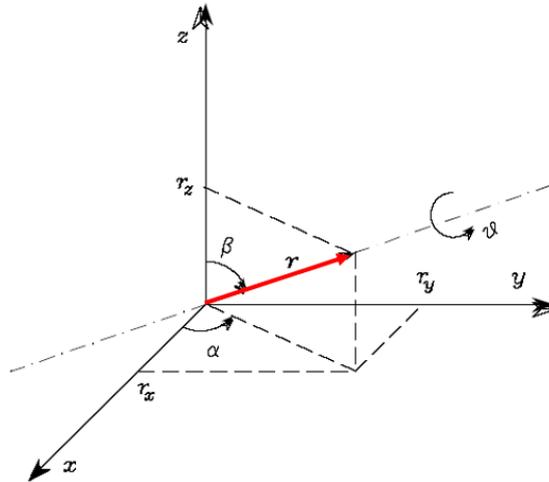
**Domanda 1.4** Si disegni, con una vista dall'alto, il manipolatore in una delle configurazioni singolari ricavate precedentemente e si spieghi quale movimento elementare dell'end effector è precluso in questa configurazione.

---

<sup>2</sup>Si ricorda che il prodotto vettoriale tra i vettori  $a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$  e  $b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$  è  $c = a \times b = \begin{bmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{bmatrix}$

## Esercizio 2

**Domanda 2.1** Facendo riferimento alla seguente figura, si discuta che cosa si intende per rappresentazione asse-angolo dell'orientamento. Si spieghi in particolare da quanti elementi è composta questa rappresentazione e che vincolo sussiste tra tali elementi.



**Domanda 2.2** Si supponga ora di volere pianificare la traiettoria di orientamento dell'end-effector di un robot. Le matrici di rotazione che esprimono rispettivamente l'orientamento iniziale e l'orientamento finale rispetto alla terna mondo sono:

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{I}_3, \quad \mathbf{R}_f = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Si determini l'asse intorno a cui deve essere effettuata la rotazione e l'angolo per cui occorre ruotare.

**Domanda 2.3** Si definisca il quaternion unitario, spiegando da quanti elementi è composta questa rappresentazione e che vincolo sussiste tra tali elementi. Si esprima la rotazione della terna finale rispetto a quella iniziale di questo esercizio con un quaternion unitario.

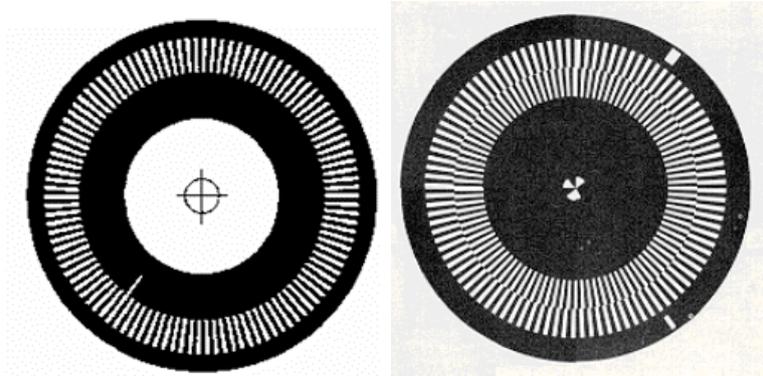
**Domanda 2.4** Sempre con riferimento ai dati di questo esercizio, si pianifichi l'evoluzione dell'angolo con una legge oraria cubica rispetto al tempo, con tempo di posizionamento pari a  $T = 1s$ . Si assumano nulle la velocità iniziale e quella finale e si esprima l'angolo in gradi.<sup>3</sup>

---

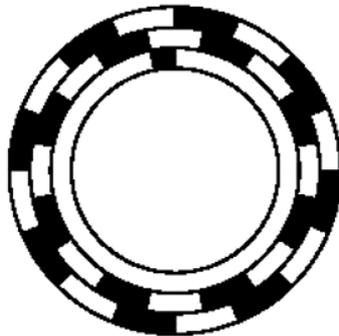
<sup>3</sup>Nel caso non si sia riusciti a risolvere il punto 2 dell'esercizio, si risolva il presente punto assumendo come valore finale dell'angolo  $60^\circ$ .

### Esercizio 3

**Domanda 3.1** Nelle seguenti figure sono rappresentati un encoder incrementale a singola traccia e un encoder incrementale a doppia traccia. Si spieghi per quale motivo si utilizza la seconda traccia.



**Domanda 3.2** Si spieghi come si calcola la risoluzione di un encoder incrementale e si determini il valore di tale risoluzione per l'encoder incrementale rappresentato in figura.



**Domanda 3.3** Si spieghi perché in un motore brushless la misura della posizione è necessaria per la corretta erogazione di coppia del motore.

**Domanda 3.4** La seguente figura fa riferimento alla coppia motrice di un motore brushless sinusoidale come funzione della corrente (ampiezza delle correnti sinusoidali) e dell'angolo. Si commenti tale figura e si spieghi quale fenomeno riproduce.

