

POLITECNICO
MILANO 1863

FONDAMENTI DI ROBOTICA

A.A. 2023-2024

PROF. ROCCO

28 GIUGNO 2024 - PRIMO APPELLO

COGNOME E NOME: _____

MATRICOLA: _____

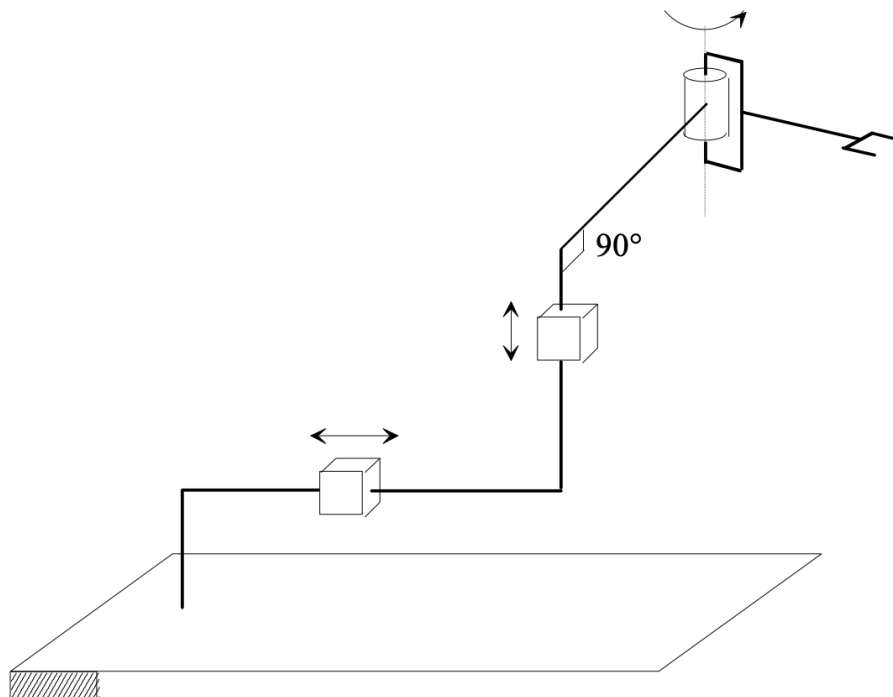
FIRMA: _____

Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **8** pagine (compresa la copertina). Firmare il frontespizio.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Esercizio 1

Si consideri il manipolatore disegnato in figura:



Domanda 1.1 Si riportino, sulla figura stessa, le terne secondo la convenzione di Denavit-Hartenberg e si compili la relativa tabella dei parametri:

| | a | α | d | ϑ |
|---|-----|----------|-----|-------------|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |

Domanda 1.2 Per il manipolatore dato, si scrivano le equazioni della cinematica diretta relativamente alla sola posizione.¹

¹Si ricorda, nel caso la si ritenga utile per la soluzione dell'esercizio, l'espressione della matrice di trasformazione omogenea tra due terne consecutive:

$$\mathbf{A}_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c_{\vartheta_i} & -s_{\vartheta_i} c_{\alpha_i} & s_{\vartheta_i} s_{\alpha_i} & a_i c_{\vartheta_i} \\ s_{\vartheta_i} & c_{\vartheta_i} c_{\alpha_i} & -c_{\vartheta_i} s_{\alpha_i} & a_i s_{\vartheta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Domanda 1.3 Per il manipolatore dato, si determini lo Jacobiano geometrico (relativo alle sole velocità lineari), evidenziando i punti di singolarità²

Domanda 1.4 Supponendo ora che la terna base sia orientata con z verso l'alto e x in direzione del primo asse, scrivere la matrice di rotazione R_0^b tra detta terna e la terna 0 della convenzione di Denavit-Hartenberg. Si ricavi quindi una terna di angoli di Eulero ZYZ corrispondente a tale rotazione.

²Si ricorda che il prodotto vettoriale tra i vettori $a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$ è $c = a \times b = \begin{bmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{bmatrix}$

Esercizio 2

Si supponga che un asse lineare debba compiere in $T = 3$ s un movimento di $h = 2$ m, partendo e arrivando con velocità nulle.

Domanda 2.1 Supponendo una velocità massima di 1 m/s, determinare tempo di accelerazione e accelerazione iniziale del corrispondente profilo a velocità trapezoidale.

Domanda 2.2 Si supponga ora che, per il posizionamento discusso al punto precedente, il valore massimo di accelerazione sia pari a $\frac{3}{2}$ del valore calcolato precedentemente, mentre il valore di velocità massimo sia quello del punto precedente. Si determini il valore minimo del tempo di posizionamento.

Domanda 2.3 Si supponga ora di dover pianificare il moto dell'end effector di un robot lungo un percorso lineare che parte da $\mathbf{p}_i = [1 \ \sqrt{3} \ 0]^T$ e termina nell'origine del sistema di riferimento. Si spieghi se, e in che modo, il profilo discusso in uno dei punti precedenti possa essere utilizzato nella pianificazione di questo movimento.

Domanda 2.4 Si supponga ora che, date le posizioni iniziale e finale dell'end effector utilizzate al punto precedente, si voglia utilizzare un percorso ad arco di circonferenza. Senza risolvere il problema dal punto di vista matematico, si diano gli elementi essenziali per affrontare il problema stesso.

Esercizio 3

Domanda 3.1 Si descriva il principio di funzionamento di un encoder ottico incrementale a doppia traccia. Si determini la sua risoluzione e si spieghi il suo duplice utilizzo nel controllo del moto quando viene utilizzato un motore brushless.

Domanda 3.2 Si consideri ora un servomeccanismo con $J_m = 0.003 \text{ kgm}^2$, $J_l = 30 \text{ kgm}^2$. Se ne determini il valore ottimale del rapporto di riduzione n secondo il criterio *inertia matching* e si enunci quale cifra di merito massimizza questo criterio.

Domanda 3.3 Supponendo che, a rotore bloccato, il carico oscilli alla pulsazione di 120 rad/s , si determini il valore della costante elastica equivalente della trasmissione.

Domanda 3.4 Si determinino infine i parametri di un regolatore di velocità motore di tipo proporzionale-integrale, tali da massimizzare lo smorzamento in anello chiuso.