



**POLITECNICO**  
MILANO 1863

# FONDAMENTI DI ROBOTICA

A.A. 2024-2025

PROF. ROCCO

27 GIUGNO 2025 - PRIMO APPELLO

COGNOME E NOME: \_\_\_\_\_

MATRICOLA: \_\_\_\_\_

FIRMA: \_\_\_\_\_

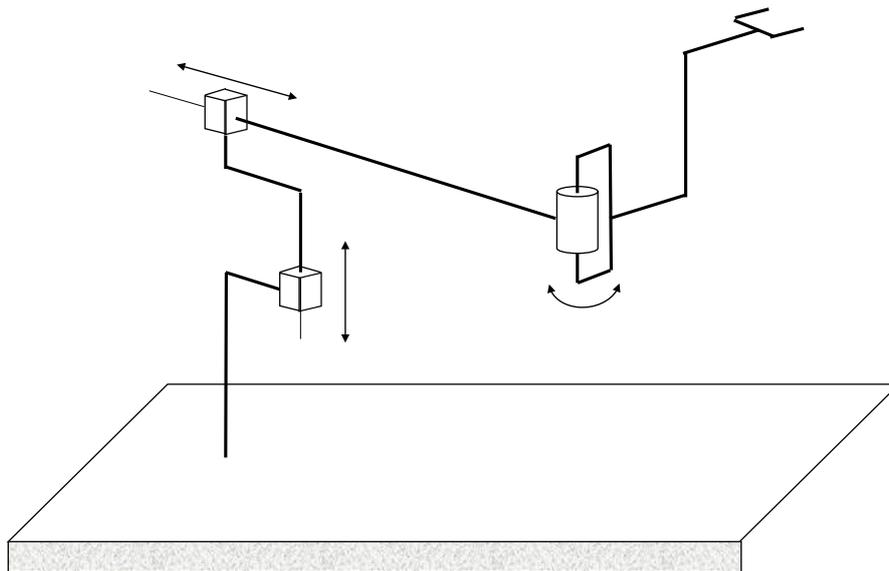
## Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **8** pagine (compresa la copertina). Firmare il frontespizio.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.



## Esercizio 1

Si consideri il manipolatore disegnato in figura:



**Domanda 1.1** Si riportino, sulla figura stessa, le terne secondo la convenzione di Denavit-Hartenberg e si compili la relativa tabella dei parametri:

	$a$	$\alpha$	$d$	$\vartheta$
1				
2				
3				

**Domanda 1.2** Per il manipolatore dato, si scrivano le equazioni della cinematica diretta relativamente alla sola posizione.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Si ricorda, nel caso la si ritenga utile per la soluzione dell'esercizio, l'espressione della matrice di trasformazione omogenea tra due terne consecutive:

$$\mathbf{A}_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c_{\vartheta_i} & -s_{\vartheta_i}c_{\alpha_i} & s_{\vartheta_i}s_{\alpha_i} & a_i c_{\vartheta_i} \\ s_{\vartheta_i} & c_{\vartheta_i}c_{\alpha_i} & -c_{\vartheta_i}s_{\alpha_i} & a_i s_{\vartheta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Domanda 1.3** Per il manipolatore dato, si determini lo Jacobiano geometrico (relativo alle sole velocità lineari), evidenziando i punti di singolarità

**Domanda 1.4** Si consideri il manipolatore in una delle configurazioni singolari prima determinate. Si mostri analiticamente che una forza di ampiezza arbitraria, opportunamente diretta, è equilibrata da forze e coppie ai giunti nulle. Si spieghi anche in quale direzione, nella stessa configurazione singolare, il manipolatore non può esprimere velocità all'organo terminale.

## Esercizio 2

Si supponga che un link di un robot connesso a un giunto prismatico debbia compiere in  $T = 3$  s un movimento di  $h = 2$  m, partendo e arrivando con velocità nulle.

**Domanda 2.1** Supponendo una velocità massima di  $1$  m/s, determinare tempo di accelerazione e accelerazione iniziale del corrispondente profilo a velocità trapezoidale.

**Domanda 2.2** Si supponga ora che, per il posizionamento discusso al punto precedente, il valore massimo di accelerazione sia pari al doppio del valore calcolato precedentemente, mentre il valore di velocità massimo sia quello del punto precedente. Si determini il valore minimo del tempo di posizionamento.

**Domanda 2.3** Utilizzando di nuovo come tempo di posizionamento  $T = 3$  s, si determini un profilo di posizione cubico per coprire la stessa distanza.

**Domanda 2.4** Si supponga ora di dover pianificare il moto dell'end effector di un robot lungo un percorso lineare che parte da  $\mathbf{p}_i = [1 \quad k \quad 1]^T$  e termina nell'origine del sistema di riferimento. Si spieghi che valore deve assumere  $k$  perché il profilo discusso in uno dei punti precedenti possa essere utilizzato nella pianificazione di questo movimento. Si scriva quindi l'espressione del percorso lineare così determinato, parametrizzato nell'ascissa curvilinea.

### Esercizio 3

Si consideri un sistema di controllo P/PI per un servomeccanismo elastico. Si assumano i seguenti valori dei parametri fisici:

$$\begin{aligned}J_m &= 0.02 \text{ kgm}^2 \\D_m &= 0 \\ \rho &= 2\end{aligned}$$

Nel corso di un esperimento eseguito bloccando meccanicamente il motore, si sono riscontrate sul carico oscillazioni poco smorzate di periodo pari a 0.0209 s.

**Domanda 3.1** Si determini un valore della costante elastica  $K_{el}$  della trasmissione compatibile con i dati del problema.

**Domanda 3.2** Si consideri la funzione di trasferimento  $G_{vm}(s)$  da coppia motore a velocità motore per un generico servomeccanismo elastico (con  $D_m = 0$ ). Per tale funzione di trasferimento si rappresentino nel piano complesso poli e zeri e si tracci il diagramma qualitativo di Bode del modulo della risposta in frequenza. In tale diagramma i poli complessi e coniugati precedono o seguono gli zeri? A cosa corrisponde ciò nella rappresentazione sul piano complesso di poli e zeri?

**Domanda 3.3** Per il servomeccanismo della domanda 3.1, si determinino il guadagno proporzionale e il tempo integrale di un regolatore PI di velocità opportunamente tarato.

**Domanda 3.4** Si supponga ora di aumentare significativamente, per esempio raddoppiandolo o triplicandolo, il guadagno del controllore di velocità. Facendo riferimento al luogo delle radici dell'anello di velocità si spieghi dove tendono a collocarsi i poli del sistema in anello chiuso e che conseguenze questa scelta può avere sul comportamento del sistema in anello chiuso.