



POLITECNICO
MILANO 1863

FONDAMENTI DI ROBOTICA

A.A. 2023-2024

PROF. ROCCO

23 GENNAIO 2025 - QUARTO APPELLO

COGNOME E NOME: _____

MATRICOLA: _____

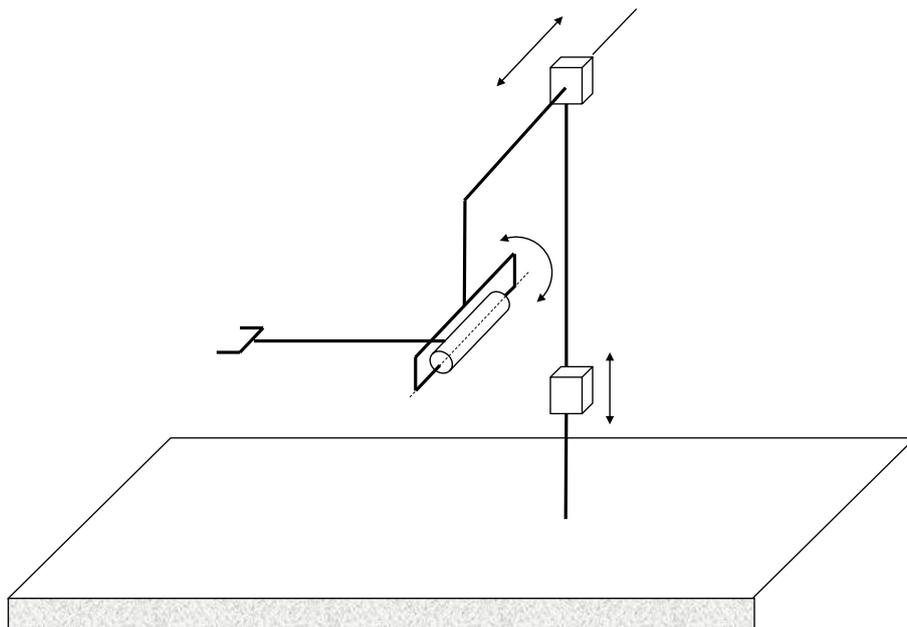
FIRMA: _____

Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **8** pagine (compresa la copertina). Firmare il frontespizio.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Esercizio 1

Si consideri il manipolatore disegnato in figura:



Domanda 1.1 Si riportino, sulla figura stessa, le terne secondo la convenzione di Denavit-Hartenberg e si compili la relativa tabella dei parametri:

	a	α	d	ϑ
1				
2				
3				

Domanda 1.2 Per il manipolatore dato, si scrivano le equazioni della cinematica diretta relativamente alla sola posizione.¹

¹Si ricorda, nel caso la si ritenga utile per la soluzione dell'esercizio, l'espressione della matrice di trasformazione omogenea tra due terne consecutive:

$$\mathbf{A}_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c_{\vartheta_i} & -s_{\vartheta_i}c_{\alpha_i} & s_{\vartheta_i}s_{\alpha_i} & a_i c_{\vartheta_i} \\ s_{\vartheta_i} & c_{\vartheta_i}c_{\alpha_i} & -c_{\vartheta_i}s_{\alpha_i} & a_i s_{\vartheta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Domanda 1.3 Per il manipolatore dato, si determini lo Jacobiano geometrico (relativo alle sole velocità lineari), evidenziando i punti di singolarità ²

Domanda 1.4 Si consideri il manipolatore nella configurazione in cui è disegnato. Si scriva l'espressione della matrice di trasformazione omogenea della terna 3 rispetto alla terna 0.

²Si ricorda che il prodotto vettoriale tra i vettori $a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$ è $c = a \times b = \begin{bmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{bmatrix}$

Esercizio 2

Domanda 2.1 Si consideri la generazione della traiettoria di posizione nello spazio Cartesiano. Si prenda come punto iniziale: $\mathbf{p}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ -\sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix}$ e come punto finale $\mathbf{p}_f = \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$. Si scriva l'espressione di un segmento che connetta i punti iniziale e finale, parametrizzato con l'ascissa curvilinea.

Domanda 2.2 Assumendo un tempo di percorrenza $T = 2s$, si progetti una traiettoria che copra il cammino geometrico prima determinato, usando un profilo di velocità trapezoidale. Assunto il tempo di accelerazione $T_a = 0.5s$, si determinino in particolare la velocità di crociera \dot{q}_v e l'accelerazione iniziale \ddot{q}_c .

Domanda 2.3 Si supponga ora che l'accelerazione massima raggiungibile sia il doppio del valore \ddot{q}_c determinato precedentemente. Si determini il minimo tempo di posizionamento per il percorso definito in precedenza, assumendo come valore della velocità massima \dot{q}_v .

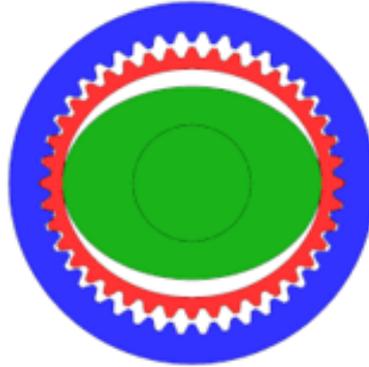
Domanda 2.4 Si assuma che nel punto iniziale l'end effector sia orientato come la terna base mentre nel punto finale la terna dell'end effector debba formare la seguente matrice di rotazione rispetto alla terna base:

$$\mathbf{R}_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Adottando una rappresentazione asse-angolo per la pianificazione dell'orientamento, si determini l'espressione del versore dell'asse e la variazione totale subita dall'angolo.

Esercizio 3

Domanda 3.1 Facendo riferimento alla seguente figura, si illustri brevemente il principio di funzionamento di un Harmonic Drive



Domanda 3.2 Si consideri ora l'accoppiamento tra un motore di momento di inerzia J_m e un carico di momento di inerzia J_l . Qual è il valore che deve assumere il rapporto di trasmissione n secondo il criterio dell'*inertia matching* (accoppiamento di inerzia)? Che cifra di merito massimizza questo criterio?

Domanda 3.3 Si supponga ora che in un servomeccanismo rigido $J_m = 0.003 \text{ kgm}^2$, $J_l = 30 \text{ kgm}^2$ e si adotti per la scelta del rapporto di trasmissione il criterio prima enunciato. Si progetti un regolatore PI di velocità in modo da ottenere una pulsazione critica $\omega_{cv} = 200 \text{ rad/s}$.

Domanda 3.4 Si spieghi che cosa si intende per controllo del moto decentralizzato di un robot. Quale proprietà del robot industriale rende tale strategia di controllo applicabile?