



**POLITECNICO**  
MILANO 1863

# FONDAMENTI DI ROBOTICA

A.A. 2025-2026

PROF. ROCCO

22 GIUGNO 2026 - PRIMO APPELLO

COGNOME E NOME: \_\_\_\_\_

MATRICOLA: \_\_\_\_\_

FIRMA: \_\_\_\_\_

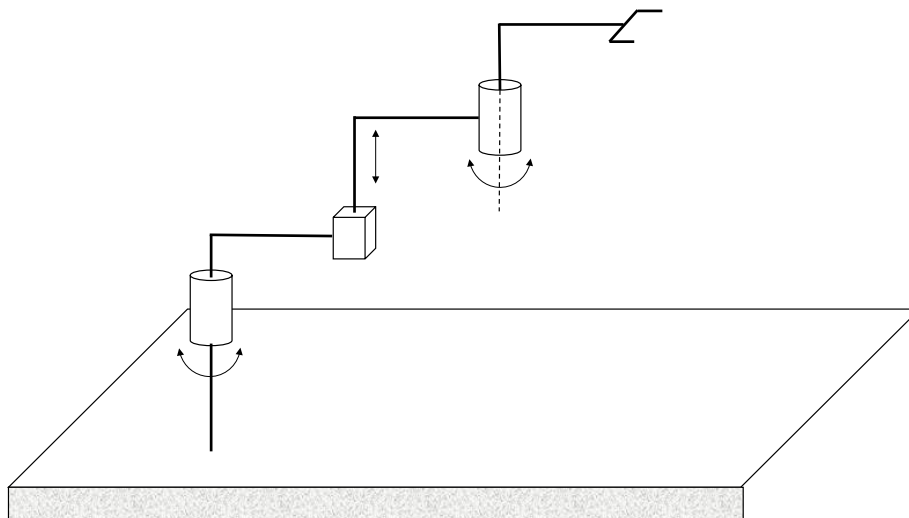
## Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **8** pagine (compresa la copertina). Firmare il frontespizio.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.



## Esercizio 1

Si consideri il manipolatore disegnato in figura:



**Domanda 1.1** Si riportino, sulla figura stessa, le terne secondo la convenzione di Denavit-Hartenberg e si compili la relativa tabella dei parametri:

	$a$	$\alpha$	$d$	$\vartheta$
1				
2				
3				

**Domanda 1.2** Per il manipolatore dato, si scrivano le equazioni della cinematica diretta relativamente alla sola posizione<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>Si ricorda, nel caso la si ritenga utile per la soluzione dell'esercizio, l'espressione della matrice di trasformazione omogenea tra due terne consecutive:

$$\mathbf{A}_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c_{\vartheta_i} & -s_{\vartheta_i} c_{\alpha_i} & s_{\vartheta_i} s_{\alpha_i} & a_i c_{\vartheta_i} \\ s_{\vartheta_i} & c_{\vartheta_i} c_{\alpha_i} & -c_{\vartheta_i} s_{\alpha_i} & a_i s_{\vartheta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

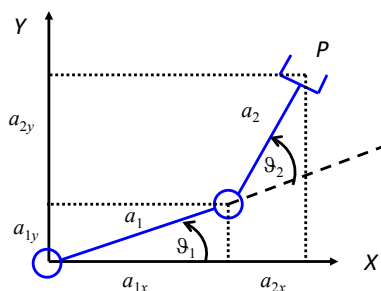
**Domanda 1.3** Per il manipolatore dato, si determini lo Jacobiano geometrico (relativo alle sole velocità lineari), evidenziando i punti di singolarità

**Domanda 1.4** Si consideri il manipolatore nella configurazione in cui  $\vartheta_1 = 0$  e  $\vartheta_3 = \frac{\pi}{2}$ . Si scriva l'espressione della matrice di trasformazione omogenea della terna 3 rispetto alla terna 0. Si spieghi se per calcolare la matrice di trasformazione omogenea della terna 0 rispetto alla terna 3 è sufficiente considerare la trasposta della matrice appena calcolata.

## Esercizio 2

**Domanda 2.1** Si determini la relazione che sussiste per un generico manipolatore tra le coppie  $\tau$  applicate ai giunti e la forza  $\mathbf{f}$  e il momento  $\mu$  applicati all'end effector.

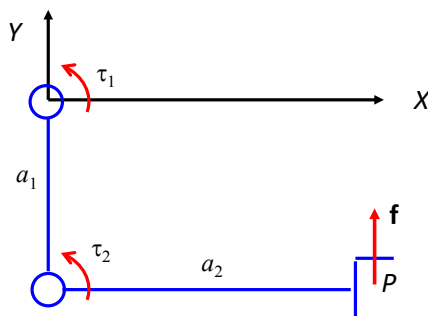
**Domanda 2.2** Ricordando che per un manipolatore a due gradi di libertà:



lo Jacobiano geometrico assume la seguente espressione:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} -a_1 s_1 - a_2 s_{12} & -a_2 s_{12} \\ a_1 c_1 + a_2 c_{12} & a_2 c_{12} \end{bmatrix}$$

si determinino le coppie  $\tau_1$  e  $\tau_2$  che equilibrano la forza  $\mathbf{f}$  nella configurazione riportata in figura:



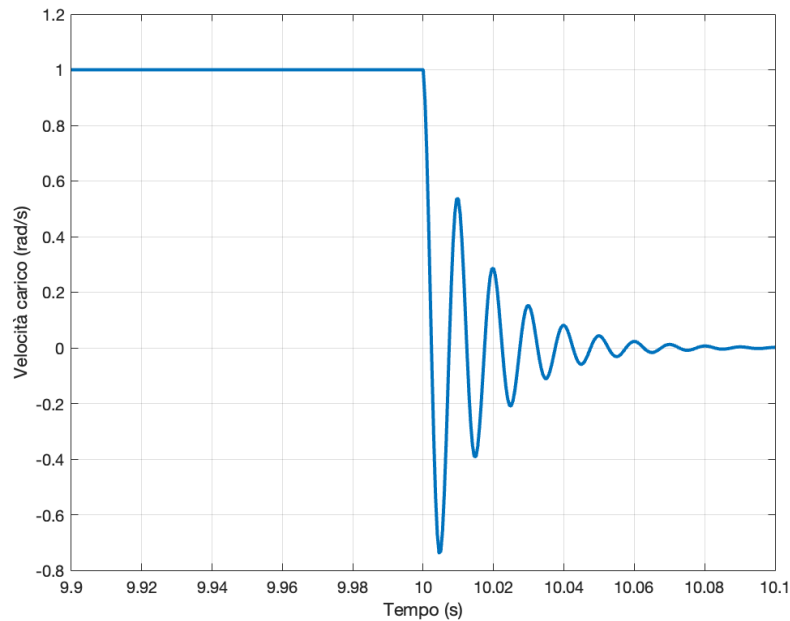
**Domanda 2.3** Si dia la definizione di misura di manipolabilità e si spieghi se, per un manipolatore a due gradi di libertà, la configurazione riportata nella figura del punto precedente massimizza tale misura.

**Domanda 2.4** Si diano la definizione e l'espressione dell'ellissoide di manipolabilità in forza. Quando il manipolatore a due gradi di libertà del presente esercizio è quasi tutto steso, che forma assumono rispettivamente l'ellissoide di manipolabilità in velocità e in forza?

### Esercizio 3

**Domanda 3.1** Si descriva la tipica struttura di controllo del moto di un servomeccanismo. Con riferimento alla struttura di controllo descritta, ipotizzando un azionamento di tipo brushless, si spieghi in quali anelli di controllo viene utilizzata la misura di posizione.

**Domanda 3.2** Si assumano ora i seguenti parametri  $J_m = 0.004 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $J_l = 36 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . Si assuma che venga effettuato il seguente esperimento: mentre il motore ruota alla velocità di  $90 \text{ rad/s}$ , all'istante  $t = 10 \text{ s}$  i suoi freni elettromeccanici vengono attivati. L'andamento della velocità del carico è riportata nel seguente grafico.



Si stimi la rigidità della trasmissione  $K_{el}$ .

**Domanda 3.3** Si spieghi se nel servomeccanismo del presente esercizio è rispettato il criterio di inertia matching.

**Domanda 3.4** Si proponga una taratura opportuna del regolatore di velocità per il servomeccanismo del presente esercizio.