



POLITECNICO
MILANO 1863

FONDAMENTI DI ROBOTICA

A.A. 2024-2025

PROF. ROCCO

17 LUGLIO 2025 - SECONDO APPELLO

COGNOME E NOME: _____

MATRICOLA: _____

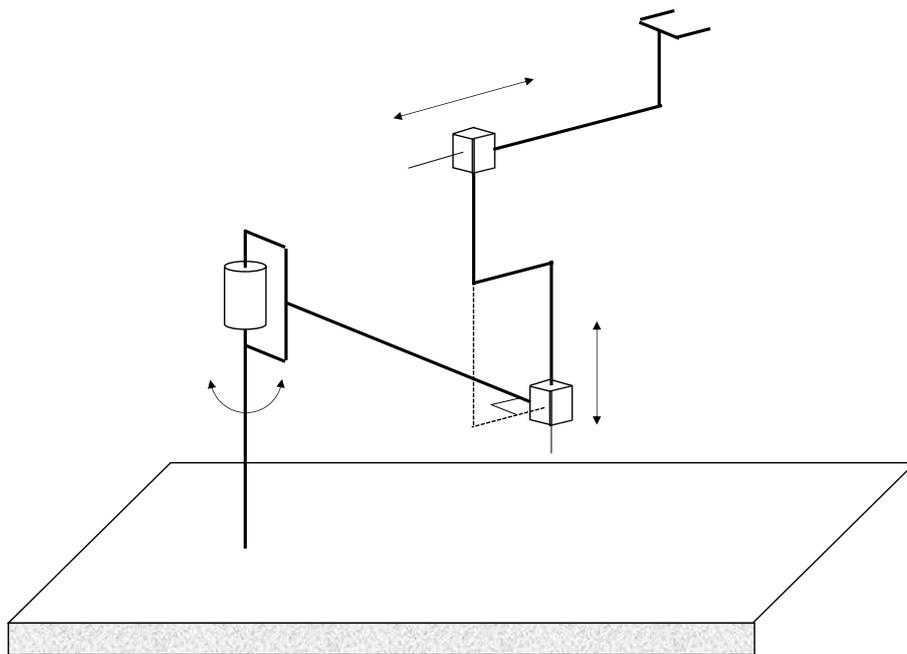
FIRMA: _____

Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **8** pagine (compresa la copertina). Firmare il frontespizio.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Esercizio 1

Si consideri il manipolatore disegnato in figura:



Domanda 1.1 Si riportino, sulla figura stessa, le terne secondo la convenzione di Denavit-Hartenberg e si compili la relativa tabella dei parametri:

	a	α	d	ϑ
1				
2				
3				

Domanda 1.2 Per il manipolatore dato, si scrivano le equazioni della cinematica diretta relativamente alla sola posizione.¹

¹Si ricorda, nel caso la si ritenga utile per la soluzione dell'esercizio, l'espressione della matrice di trasformazione omogenea tra due terne consecutive:

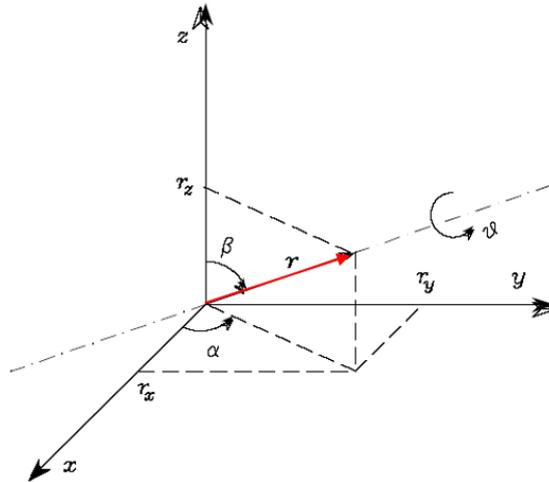
$$\mathbf{A}_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c_{\vartheta_i} & -s_{\vartheta_i}c_{\alpha_i} & s_{\vartheta_i}s_{\alpha_i} & a_i c_{\vartheta_i} \\ s_{\vartheta_i} & c_{\vartheta_i}c_{\alpha_i} & -c_{\vartheta_i}s_{\alpha_i} & a_i s_{\vartheta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Domanda 1.3 Per il manipolatore dato, si determini lo Jacobiano geometrico (relativo alle sole velocità lineari), evidenziando i punti di singolarità

Domanda 1.4 Si consideri il manipolatore nella configurazione in cui $\vartheta_1 = 0$. Si scriva l'espressione della matrice di trasformazione omogenea della terna 3 rispetto alla terna 0. Si scrivano quindi le coordinate in terna 0 di un punto che ha coordinate $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ in terna 3.

Esercizio 2

Domanda 2.1 Facendo riferimento alla seguente figura, si spieghi come si può ottenere la matrice di rotazione in termini della rappresentazione asse-angolo dell'orientamento come prodotto di matrici di rotazione elementari intorno ad assi coordinati.



Domanda 2.2 Si supponga ora di volere pianificare la traiettoria di orientamento dell'end-effector di un robot. Le matrici di rotazione che esprimono rispettivamente l'orientamento iniziale e l'orientamento finale rispetto alla terna mondo sono:

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{I}_3, \quad \mathbf{R}_f = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Si determini l'asse intorno a cui deve essere effettuata la rotazione e l'angolo per cui occorre ruotare.

Domanda 2.3 Si definisca il quaternione unitario e si esprima la rotazione della terna finale rispetto a quella iniziale di questo esercizio con un quaternione unitario.

Domanda 2.4 Sempre con riferimento ai dati di questo esercizio, si pianifichi l'evoluzione dell'angolo con una legge oraria a profilo di velocità trapezoidale, con tempo di posizionamento pari a $T = 2s$. Assumendo un tempo di accelerazione $T_a = 0.4s$, si determini la velocità di crociera e l'accelerazione iniziale del profilo.²

²Nel caso non si sia riusciti a risolvere il punto 2 dell'esercizio, si risolva il presente punto assumendo come valore finale dell'angolo 40° .

Esercizio 3

Domanda 3.1 Si consideri il progetto di un controllore P/PI per un servomeccanismo rigido. Si scriva l'espressione della funzione di trasferimento d'anello $L_v(s)$ per il controllo di velocità, avendo cura di specificare il significato dei simboli usati. Che ipotesi modellistica conduce a questa espressione?

Domanda 3.2 Si assumano ora i seguenti valori dei parametri fisici (in unità SI):

$$\begin{aligned} J_m &= 0.003 \\ n &= 50 \end{aligned}$$

e si assuma che il servomeccanismo sia progettato secondo il criterio di "inertia matching". Si progetti il regolatore PI di velocità in modo da ottenere una pulsazione critica $\omega_{cv} = 100$ rad/s. Si tracci il diagramma di Bode asintotico del modulo di L_v specificatamente riferito al progetto eseguito.

Domanda 3.3 Si supponga ora che il giunto tra motore e carico presenti dell'elasticità. Si determini il minimo valore della costante elastica per cui il progetto condotto al punto precedente si possa considerare robusto rispetto alla presenza di tale elasticità.

Domanda 3.4 Si assuma ora che il controllo di posizione sul giunto affetto da elasticità sia chiuso lato carico, mentre quello di velocità sia chiuso lato motore. Si disegni lo schema a blocchi del sistema di controllo di posizione, se ne scriva la funzione di trasferimento d'anello e si spieghi quali problematiche questa soluzione può arrecare dal punto di vista del progetto del sistema di controllo.