



POLITECNICO
MILANO 1863

FONDAMENTI DI ROBOTICA

A.A. 2023-2024

PROF. ROCCO

17 LUGLIO 2024 - SECONDO APPELLO

COGNOME E NOME: _____

MATRICOLA: _____

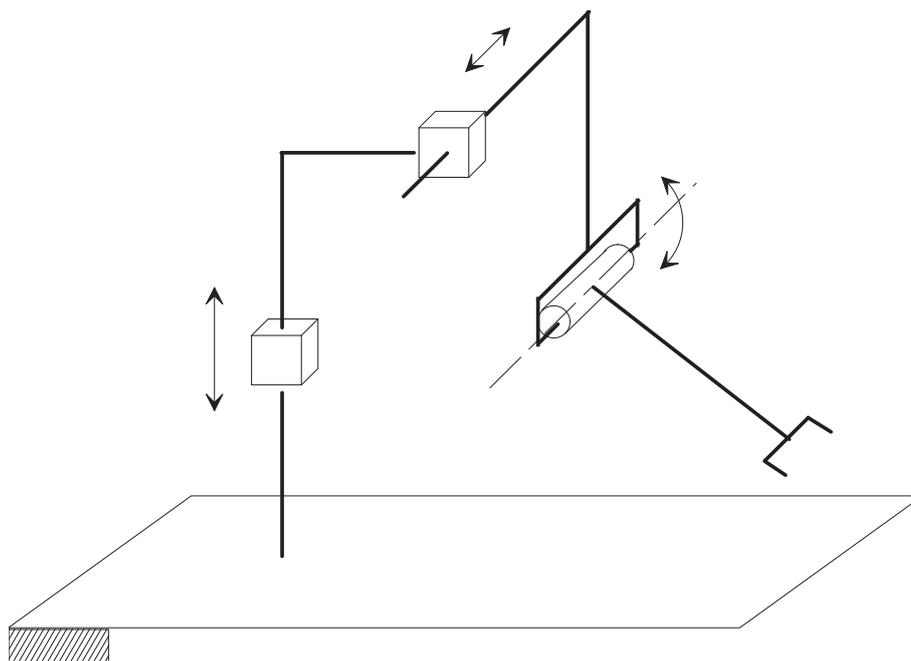
FIRMA: _____

Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **8** pagine (compresa la copertina). Firmare il frontespizio.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Esercizio 1

Si consideri il manipolatore disegnato in figura:



Domanda 1.1 Si riportino, sulla figura stessa, le terne secondo la convenzione di Denavit-Hartenberg e si compili la relativa tabella dei parametri:

	a	α	d	ϑ
1				
2				
3				

Domanda 1.2 Per il manipolatore dato, si scrivano le equazioni della cinematica diretta relativamente alla sola posizione.¹

¹Si ricorda, nel caso la si ritenga utile per la soluzione dell'esercizio, l'espressione della matrice di trasformazione omogenea tra due terne consecutive:

$$\mathbf{A}_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c_{\vartheta_i} & -s_{\vartheta_i}c_{\alpha_i} & s_{\vartheta_i}s_{\alpha_i} & a_i c_{\vartheta_i} \\ s_{\vartheta_i} & c_{\vartheta_i}c_{\alpha_i} & -c_{\vartheta_i}s_{\alpha_i} & a_i s_{\vartheta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

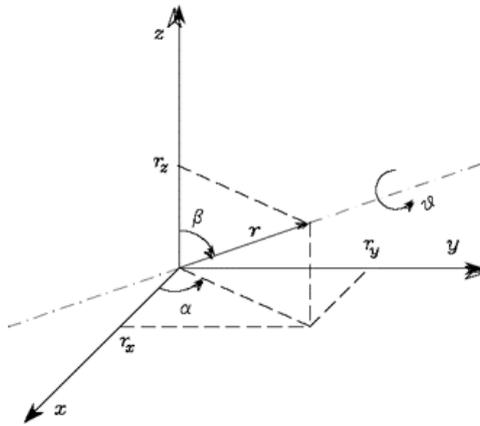
Domanda 1.3 Per il manipolatore dato, si determini lo Jacobiano geometrico (relativo alle sole velocità lineari), evidenziando i punti di singolarità²

Domanda 1.4 Si rappresenti il manipolatore in una delle configurazioni singolari prima determinate e si mostri analiticamente che in tale configurazione una forza all'end effector opportunamente diretta è equilibrata da coppie/forze ai giunti nulle.

²Si ricorda che il prodotto vettoriale tra i vettori $a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$ è $c = a \times b = \begin{bmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{bmatrix}$

Esercizio 2

Domanda 2.1 Facendo riferimento alla seguente figura, si illustri la rappresentazione asse-angolo dell'orientamento. In particolare, si spieghi da quanti parametri è composta tale rappresentazione e che relazione eventualmente sussiste tra tali parametri.



Domanda 2.2 Si supponga ora di volere pianificare la traiettoria di orientamento dell'end-effector di un robot. Le matrici di rotazione che esprimono rispettivamente l'orientamento iniziale e l'orientamento finale rispetto alla terna mondo sono:

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{I}_3, \quad \mathbf{R}_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

Si determini l'asse intorno a cui deve essere effettuata la rotazione e l'angolo per cui occorre ruotare.

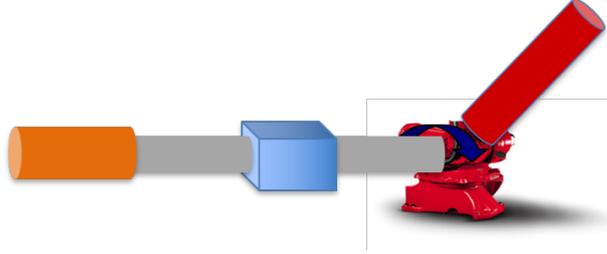
Domanda 2.3 Si definisca il quaternion unitario e si esprima la rotazione della terna finale rispetto a quella iniziale di questo esercizio con un quaternion unitario. In generale, la relazione tra il quaternion e la matrice di rotazione associata è costituita da formule trigonometriche o algebriche?

Domanda 2.4 Sempre con riferimento ai dati di questo esercizio, si pianifichi l'evoluzione dell'angolo con una legge oraria cubica rispetto al tempo, con tempo di posizionamento pari a $T = 1s$. Si assumano nulle la velocità iniziale e quella finale e si esprima l'angolo in gradi.³

³Nel caso non si sia riusciti a risolvere il punto 2 dell'esercizio, si risolva il presente punto assumendo come valore finale dell'angolo 40° .

Esercizio 3

Domanda 3.1 Come è noto, nel progetto di un sistema di controllo del moto indipendente ai giunti in un robot, si adotta una rappresentazione disaccoppiata del modello matematico del robot. Facendo riferimento alla seguente figura, e assumendo connessione rigida tra motore e carico, si scrivano le equazioni di tale modello matematico, spiegando il significato dei termini adottati. In particolare si illustri il significato, in questo caso, del momento di inerzia lato carico.



Domanda 3.2 Facendo ora riferimento a un generico giunto, si assumano i seguenti valori dei parametri fisici (in unità SI):

$$\begin{aligned} J_m &= 0.002 \\ D_m &= 0 \\ J_l &= 50 \\ n &= 100 \end{aligned}$$

Si progetti il regolatore PI di velocità in modo da ottenere una pulsazione critica $\omega_{cv} = 200$ rad/s. Si tracci il diagramma di Bode asintotico del modulo di L_v specificatamente riferito al progetto eseguito.

Domanda 3.3 Si supponga ora che il giunto tra motore e carico presenti dell'elasticità. Si determini il minimo valore della costante elastica per cui il progetto condotto al punto precedente si possa considerare robusto rispetto alla presenza di tale elasticità.

Domanda 3.4 Si spieghi che cosa si intende per sistema non co-locato e se il controllo di un sistema non co-locato presenta maggiori o minori criticità rispetto a quello di un sistema co-locato.