



POLITECNICO
MILANO 1863

FONDAMENTI DI ROBOTICA

A.A. 2023-2024

PROF. ROCCO

11 FEBBRAIO 2025 - QUINTO APPELLO

COGNOME E NOME: _____

MATRICOLA: _____

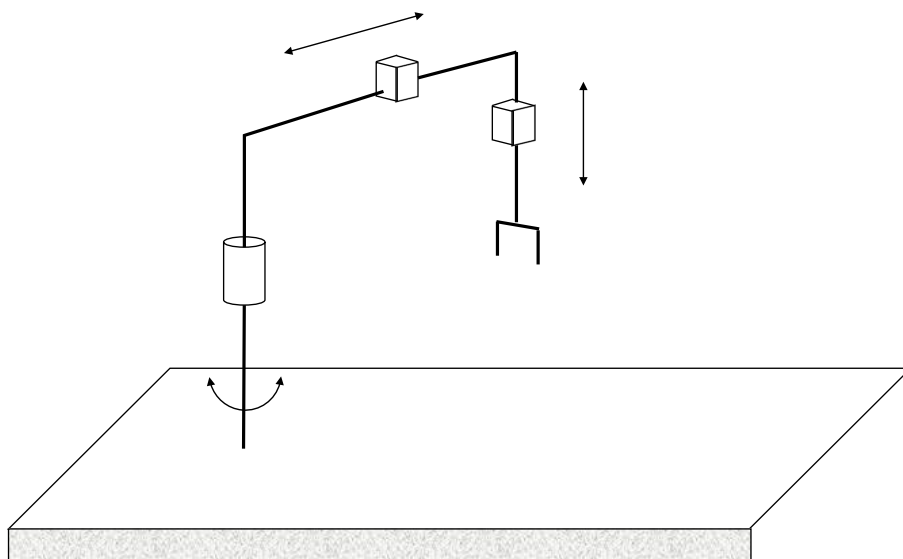
FIRMA: _____

Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **8** pagine (compresa la copertina). Firmare il frontespizio.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Esercizio 1

Si consideri il manipolatore disegnato in figura:



Domanda 1.1 Si riportino, sulla figura stessa, le terne secondo la convenzione di Denavit-Hartenberg e si compili la relativa tabella dei parametri:

	a	α	d	ϑ
1				
2				
3				

Domanda 1.2 Per il manipolatore dato, si scrivano le equazioni della cinematica diretta relativamente alla sola posizione.¹

¹Si ricorda, nel caso la si ritenga utile per la soluzione dell'esercizio, l'espressione della matrice di trasformazione omogenea tra due terne consecutive:

$$\mathbf{A}_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c_{\vartheta_i} & -s_{\vartheta_i}c_{\alpha_i} & s_{\vartheta_i}s_{\alpha_i} & a_i c_{\vartheta_i} \\ s_{\vartheta_i} & c_{\vartheta_i}c_{\alpha_i} & -c_{\vartheta_i}s_{\alpha_i} & a_i s_{\vartheta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

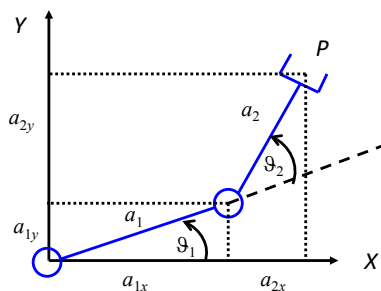
Domanda 1.3 Per il manipolatore dato, si determini lo Jacobiano geometrico (relativo alle sole velocità lineari), evidenziando i punti di singolarità.

Domanda 1.4 Si scrivano le equazioni della cinematica inversa per il manipolatore dato, specificando quante soluzioni esistono per una data posizione dell'end effector.

Esercizio 2

Domanda 2.1 Si determini la relazione che sussiste per un generico manipolatore tra le coppie τ applicate ai giunti e la forza \mathbf{f} e il momento $\boldsymbol{\mu}$ applicati all'end effector.

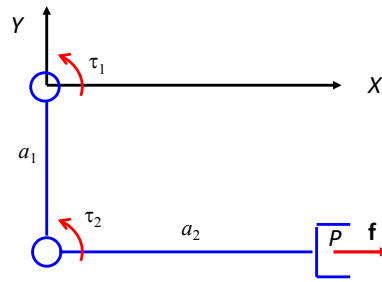
Domanda 2.2 Ricordando che per un manipolatore a due gradi di libertà:



lo Jacobiano geometrico assume la seguente espressione:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} -a_1 s_1 - a_2 s_{12} & -a_2 s_{12} \\ a_1 c_1 + a_2 c_{12} & a_2 c_{12} \end{bmatrix}$$

si determinino le coppie τ_1 e τ_2 che equilibrano la forza \mathbf{f} nella configurazione riportata in figura:

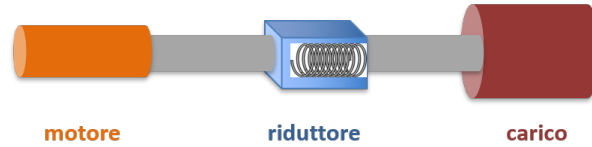


Domanda 2.3 Si dia la definizione di misura di manipolabilità e si spieghi se, per un manipolatore a due gradi di libertà, la configurazione riportata nella figura del punto precedente massimizza tale misura.

Domanda 2.4 Si diano la definizione e l'espressione dell'ellissoide di manipolabilità in forza, spiegando come la relazione discussa al primo punto di questo esercizio viene utilizzata per trovare tale espressione.

Esercizio 3

Domanda 3.1 Si consideri un servomeccanismo elastico:



Si tracci l'andamento qualitativo del diagramma di Bode del modulo della risposta in frequenza da coppia motrice a velocità motore e si confronti tale diagramma con quello dell'approssimazione rigida della stessa risposta in frequenza.

Domanda 3.2 Assumendo che il servomeccanismo elastico sia un giunto di un manipolatore robotico, si spieghi che significato assume e come si può determinare l'inerzia lato carico J_l . Per un robot planare a due gradi di libertà rotazionali, si spieghi se l'inerzia lato carico in ciascuno dei due giunti è costante o se dipende da una o entrambe le variabili di giunto.

Domanda 3.3 Si supponga ora che $J_m = 0.003 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ e che le pulsazioni di antirisonanza e risonanza valgano, rispettivamente, $\omega_z = 1000 \text{ rad/s}$, $\omega_p = 1400 \text{ rad/s}$. Sapendo che il rapporto di trasmissione vale $n = 50$, si determini l'inerzia lato carico J_l .

Domanda 3.4 Per il servomeccanismo caratterizzato dai parametri del punto precedente si progettino un opportuno controllore PI di velocità e un controllore di posizione.