



POLITECNICO
MILANO 1863

FONDAMENTI DI ROBOTICA

A.A. 2025-2026

PROF. ROCCO

3 SETTEMBRE 2026 - TERZO APPELLO

COGNOME E NOME: _____

MATRICOLA: _____

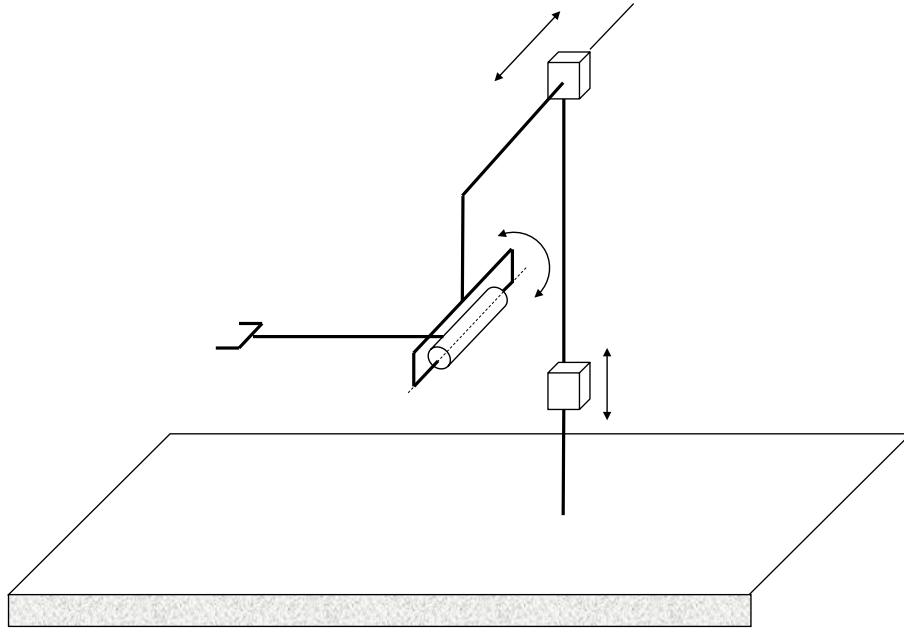
FIRMA: _____

Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **8** pagine (compresa la copertina). Firmare il frontespizio.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Esercizio 1

Si consideri il manipolatore disegnato in figura:



Domanda 1.1 Si riportino, sulla figura stessa, le terne secondo la convenzione di Denavit-Hartenberg e si compili la relativa tabella dei parametri:

	a	α	d	ϑ
1				
2				
3				

Domanda 1.2 Per il manipolatore dato, si scrivano le equazioni della cinematica diretta relativamente alla sola posizione.¹

¹Si ricorda, nel caso la si ritenga utile per la soluzione dell'esercizio, l'espressione della matrice di trasformazione omogenea tra due terne consecutive:

$$\mathbf{A}_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c_{\vartheta_i} & -s_{\vartheta_i}c_{\alpha_i} & s_{\vartheta_i}s_{\alpha_i} & a_i c_{\vartheta_i} \\ s_{\vartheta_i} & c_{\vartheta_i}c_{\alpha_i} & -c_{\vartheta_i}s_{\alpha_i} & a_i s_{\vartheta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Domanda 1.3 Per il manipolatore dato, si determini lo Jacobiano geometrico (relativo alle sole velocità lineari), evidenziando i punti di singolarità ²

Domanda 1.4 Si spieghi se la configurazione in cui è disegnato il manipolatore è di singolarità. In caso affermativo, si individui lungo quale direzione Cartesiana l'end effector non può esprimere velocità (ossia non può compiere un movimento elementare).

²Si ricorda che il prodotto vettoriale tra i vettori $a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$ è $c = a \times b = \begin{bmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{bmatrix}$

Esercizio 2

Domanda 2.1 Si ricavi l'espressione di una traiettoria cubica che porti la variabile $s(t)$ dal valore iniziale $s_i = 0$ al valore finale $s_f = 3$, in un intervallo di tempo di $2s$, con velocità iniziale e finale nulle.

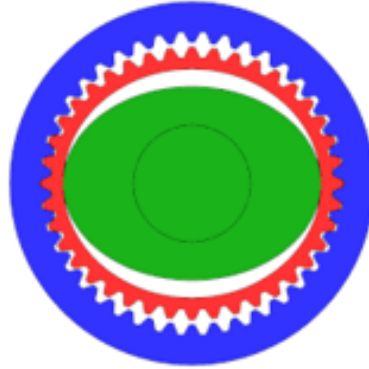
Domanda 2.2 Si consideri ora la generazione della traiettoria della posizione nello spazio Cartesiano del TCP di un robot. Si prenda come punto iniziale: $\mathbf{p}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$. Supponendo di voler percorrere un segmento a partire dal punto $\mathbf{p}_i$, si determini un punto finale in modo da poter utilizzare l'ascissa curvilinea $s(t)$ calcolata precedentemente per parametrizzare il segmento.

Domanda 2.3 Nel caso generale di parametrizzazione di una traiettoria nello spazio operativo con l'ascissa curvilinea, si ricavi il legame tra la velocità del TCP e la derivata rispetto al tempo dell'ascissa curvilinea.

Domanda 2.4 Si supponga ora che la velocità massima a cui si può muovere il TCP sia di 1.2 m/s. Si verifichi se con la pianificazione trattata ai punti precedenti tale limite è rispettato. In caso negativo, si accenni a come si dovrebbe ripianificare la traiettoria.

Esercizio 3

Domanda 3.1 Facendo riferimento alla seguente figura relativa a un Harmonic Drive, si definiscano le tre parti che lo compongono e si spieghi a quale elemento ciascuna parte è solidale.



Domanda 3.2 Si spieghi che cosa si intende per *gioco* in un riduttore. L'Harmonic Drive è caratterizzato da gioco particolarmente alto o particolarmente basso?

Domanda 3.3 Si consideri ora l'accoppiamento tra un motore di momento di inerzia J_m e un carico di momento di inerzia J_l . Qual è il valore che deve assumere il rapporto di trasmissione n secondo il criterio dell'*inertia matching* (accoppiamento di inerzia)? Che cifra di merito massimizza questo criterio?

Domanda 3.4 Si supponga che in un servomeccanismo rigido $J_m = 0.002 \text{ kgm}^2$, $J_l = 20 \text{ kgm}^2$ e si adotti per la scelta del rapporto di trasmissione il criterio prima enunciato. Si progetti un regolatore PI di velocità in modo da ottenere una pulsazione critica $\omega_{cv} = 200 \text{ rad/s}$. Il controllo di posizione chiuso esternamente a quello di velocità avrà una pulsazione critica più alta o più bassa?