



POLITECNICO
MILANO 1863

DIPARTIMENTO DI ELETTRONICA
INFORMAZIONE E BIOINGEGNERIA

Fondamenti di robotica

Attuatori e riduttori per il controllo del moto

30.03.2025 | Paolo Rocco

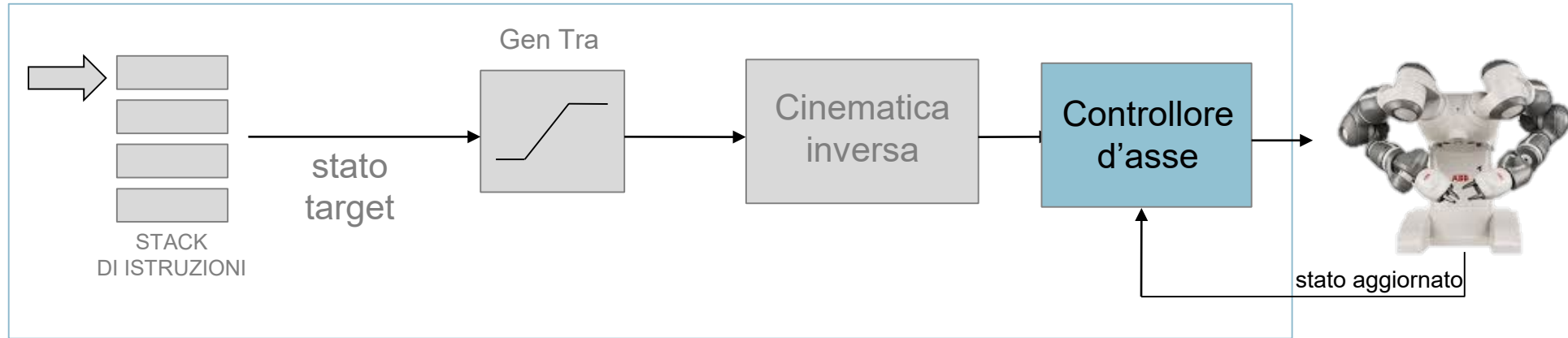
Contenuti

1. **Tipologie di attuatori per il controllo del moto**
2. **Motore a corrente continua**
3. **Motore brushless**
4. **Riduttori per il controllo del moto**

Tipologie di attuatori per il controllo del moto

01

Elementi di un sistema di pianificazione e controllo del movimento

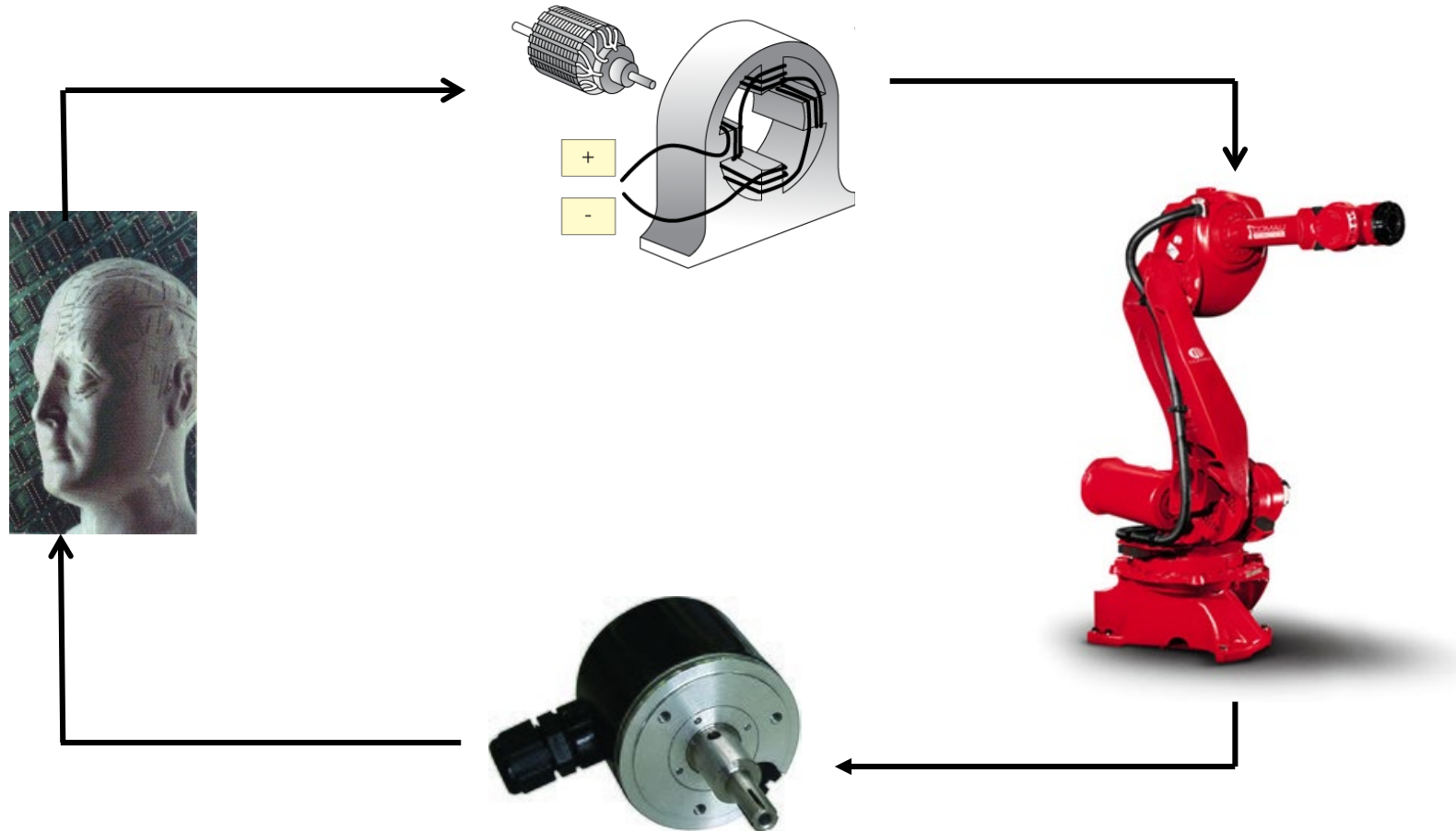


- **Stack di istruzioni:** elenco di istruzioni da eseguire, specificato utilizzando il linguaggio di programmazione proprietario
- **Generazione traiettoria:** converte un'istruzione in una traiettoria da eseguire
- **Cinematica inversa:** mappa la traiettoria dallo spazio cartesiano allo spazio dei giunti (se necessario)
- **Controllore d'asse:** chiude l'anello di controllo garantendo prestazioni di inseguimento

Attuatori e sensori per il controllo del moto

I sistemi di controllo del movimento necessitano di **sensori e attuatori** per operare.

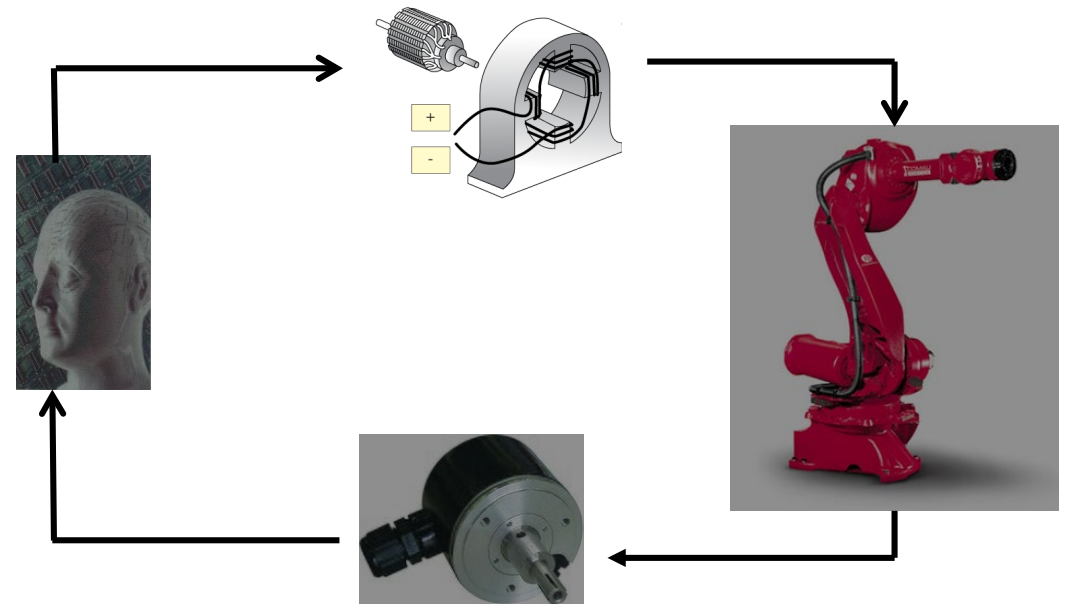
- I sensori percepiscono e misurano il moto relativo tra le parti che compongono il sistema meccanico.
- Gli attuatori rendono efficaci le decisioni del controllore sul sistema meccanico, di norma attraverso sistemi di trasmissione del moto.



Requisiti degli attuatori per il controllo del moto

I principali **requisiti** che si pongono nell'utilizzo in ambito robotico degli attuatori sono i seguenti:

- bassa inerzia
- elevato valore del rapporto potenza/peso
- possibilità di sovraccarico
- capacità di sviluppare elevate accelerazioni
 - regime di moto variabile, vari stop e inversioni
- elevato campo di variazione di velocità
 - da 1 a 2000 rpm
- elevata precisione di posizionamento
- potenza da 10 W a 10 kW



Attuatori pneumatici

Gli **attuatori pneumatici** trasformano energia pneumatica accumulata in un compressore in energia meccanica attraverso un meccanismo a pistone.

- Sono difficili da controllare accuratamente
- Non si prestano quindi al controllo di traiettoria
- Sono quindi usati principalmente per apertura/chiusura di pinze
- Sono anche utilizzati nei muscoli artificiali in particolari robot di tipo umanoide



Attuatori idraulici

Gli **attuatori idraulici** trasformano energia idraulica accumulata in un serbatoio in energia meccanica attraverso un meccanismo a pompe e valvole.

- **Vantaggi**

nessun surriscaldamento statico, autolubrificato, intrinsecamente sicuro (senza scintille), elevato rapporto potenza/peso, coppia elevata a bassa velocità (senza riduzione)

- **Svantaggi**

necessita di alimentazione idraulica, grandi dimensioni, solo movimento lineare, bassa efficienza di conversione di potenza, costi elevati, maggiore manutenzione (perdita di olio)



Attuatori elettrici

Gli **attuatori elettrici** trasformano energia elettrica in energia meccanica attraverso principi legati all'elettromagnetismo.

- **Vantaggi**

alimentazione disponibile ovunque, basso costo, grande varietà di prodotti, elevata efficienza di conversione di potenza, facile manutenzione

- **Svantaggi**

surriscaldamento in condizioni statiche (in presenza di gravità), richiedono uso di freni di emergenza, necessità di una protezione speciale in ambienti infiammabili

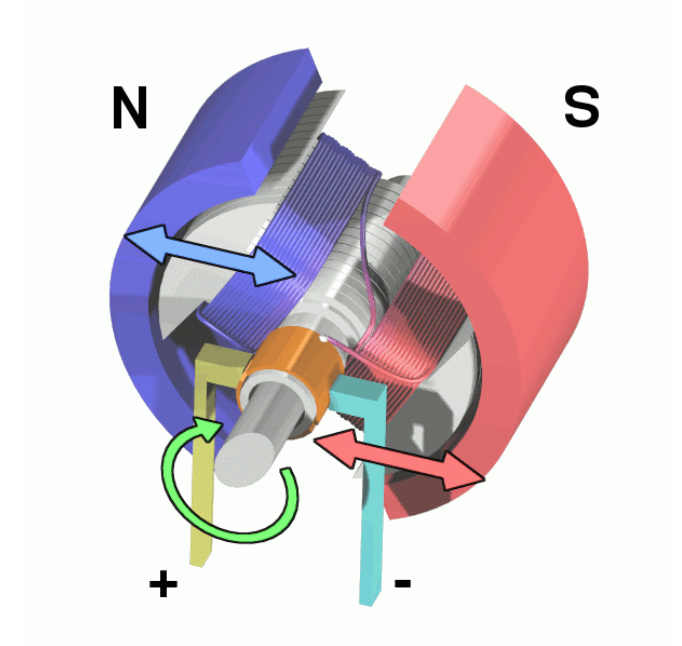
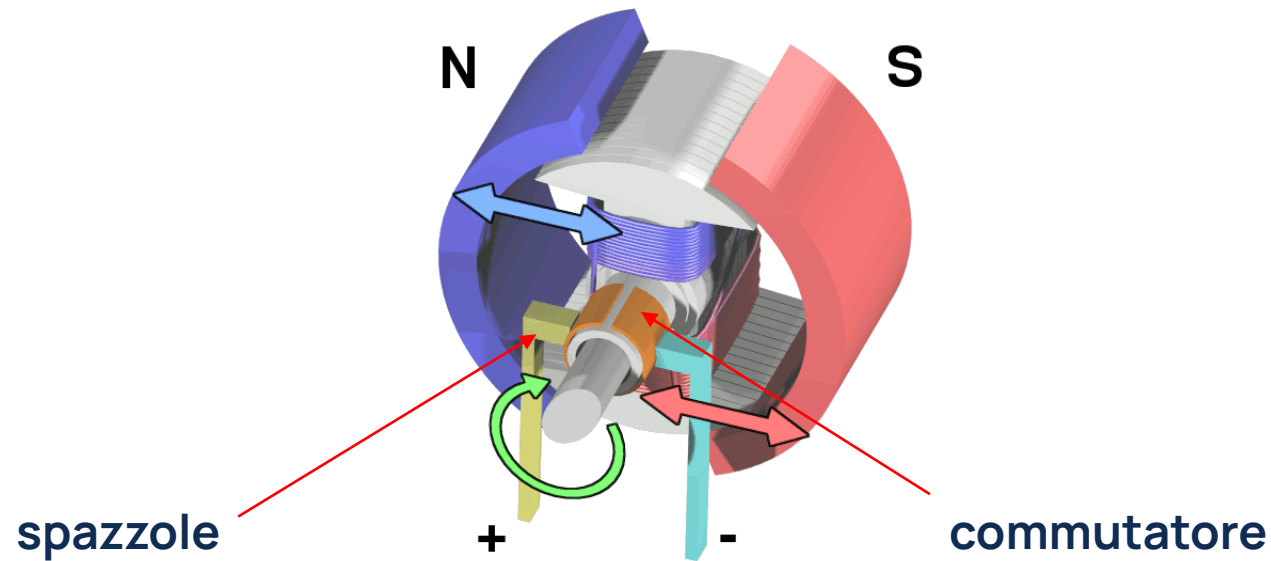


Motore a corrente continua

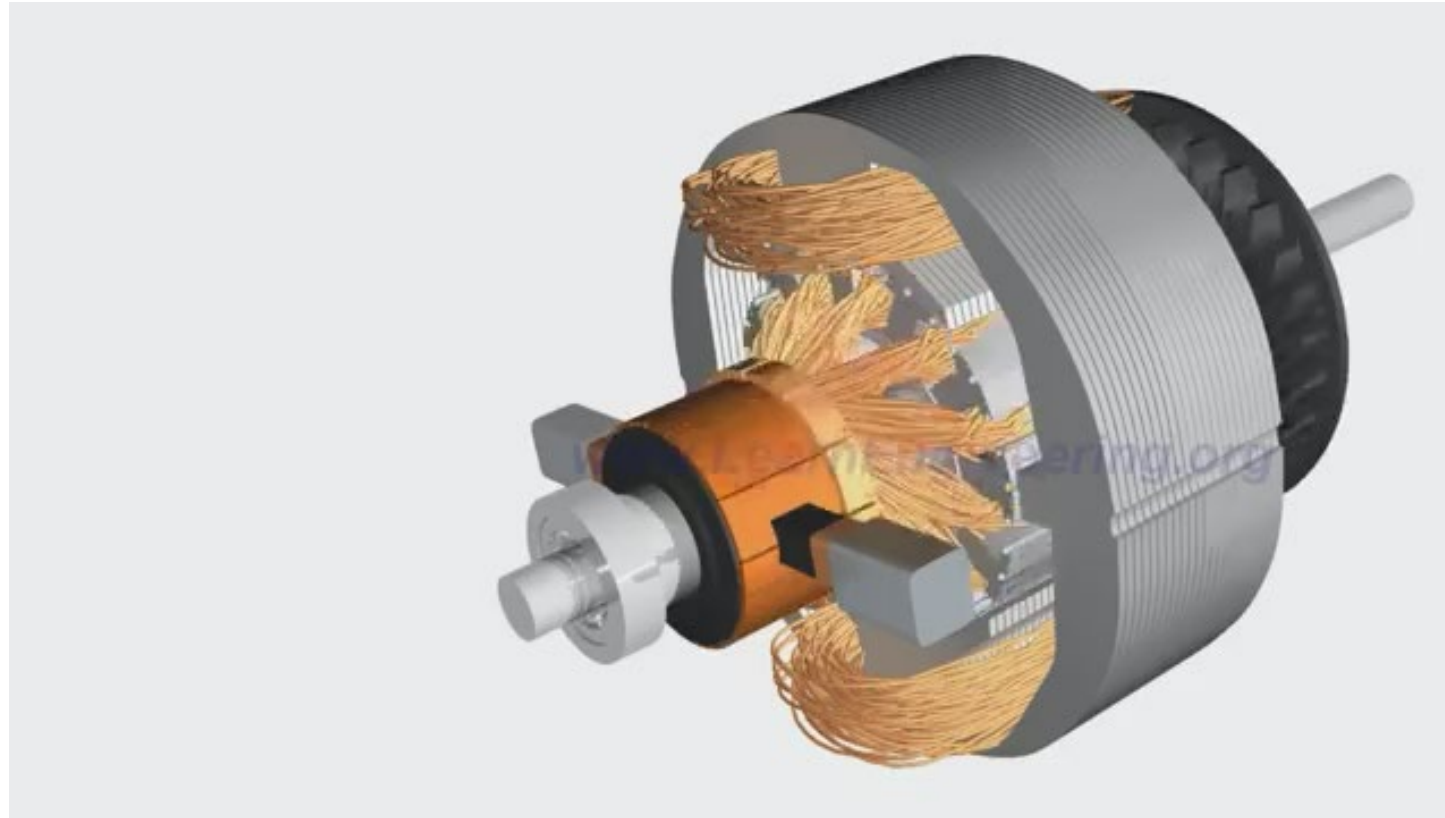
02

Motore a corrente continua

È costituito da un cilindro mobile di materiale ferromagnetico (**rotore**) su cui sono disposte le spire a formare un circuito chiuso (**armatura**) e da una parte fissa (**statore**) su cui sono alloggiati i magneti permanenti.



Motore a corrente continua: principio di funzionamento



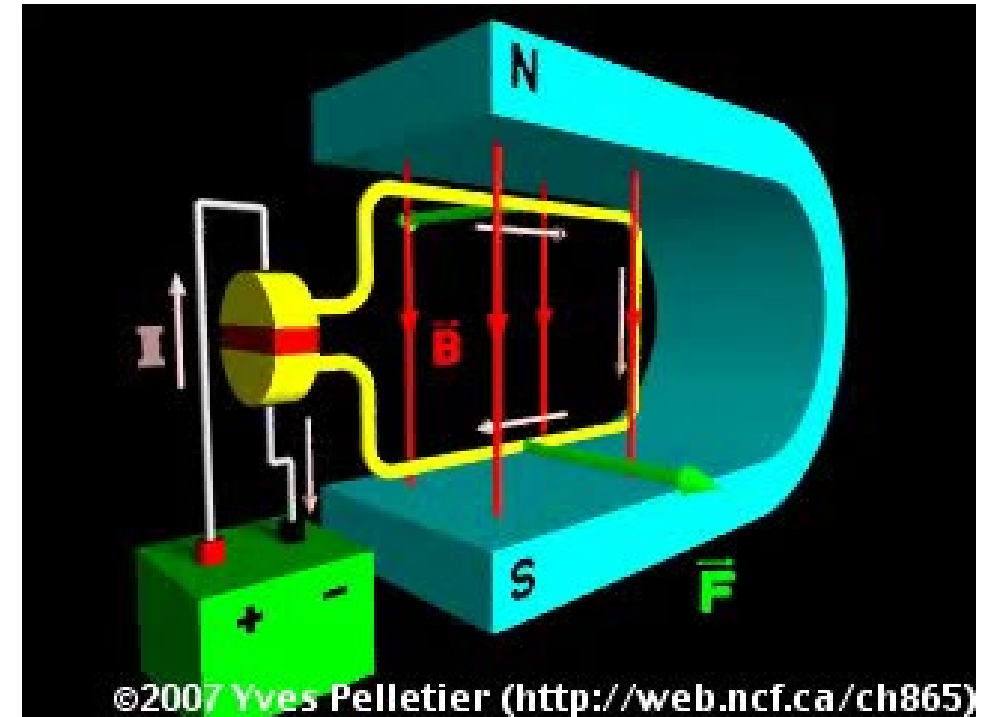
<https://www.youtube.com/watch?v=LAtPHANefQo>

Motore a corrente continua: principio di funzionamento

Quando il circuito di armatura è alimentato, circola corrente nella spira.

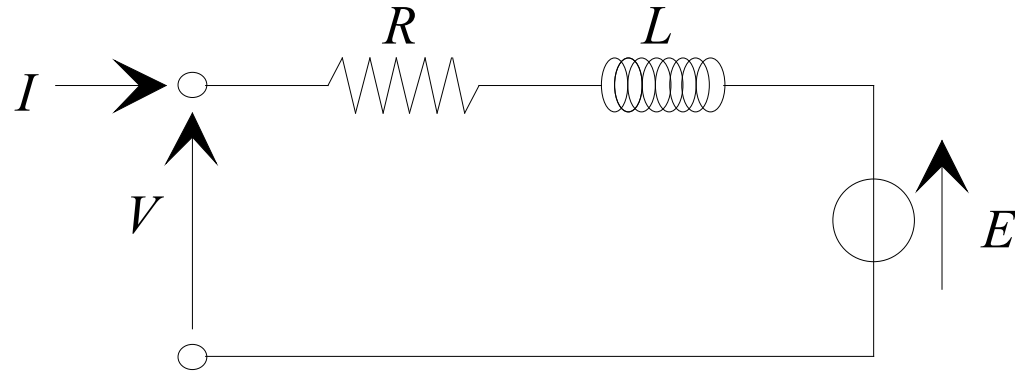
Con la rotazione del rotore, cambiano i segmenti del collettore a contatto con le spazzole e quindi cambia il verso della corrente. Studiando il motore con i principi dell'elettromagnetismo si conclude che:

- Su ciascuna spira viene esercitata una forza tangente alla circonferenza esterna del rotore
- Complessivamente queste forze equivalgono ad una **coppia** esercitata sul motore, proporzionale alla corrente circolante nel circuito d'armatura
- Se il rotore è in moto, si induce nel circuito d'armatura una **forza controelettromotrice**, proporzionale alla velocità angolare del rotore.



Motore a corrente continua: equazioni

Nel suo complesso, la dinamica elettrica del motore a corrente continua è riconducibile al seguente circuito:



$$V = RI + L \frac{dI}{dt} + E$$

$$E = K_e \omega$$

$$\tau_m = K_t I$$

V : tensione applicata alle spazzole

R : resistenza del circuito d'armatura

L : induttanza del circuito d'armatura

La velocità angolare ω non è una variabile esogena in quanto dipende dalla coppia τ_m e dalla dinamica meccanica del motore.

Motore a corrente continua: bilancio di potenza

La potenza elettrica eguaglia la potenza meccanica:

$$P_e = EI = K_e \omega I$$

$$P_m = \tau_m \omega = K_t I \omega$$

$$P_e = P_m$$



$$K_e = K_t$$

[Nm/A oppure Vs/rad]

Motore a corrente continua: caratteristica statica

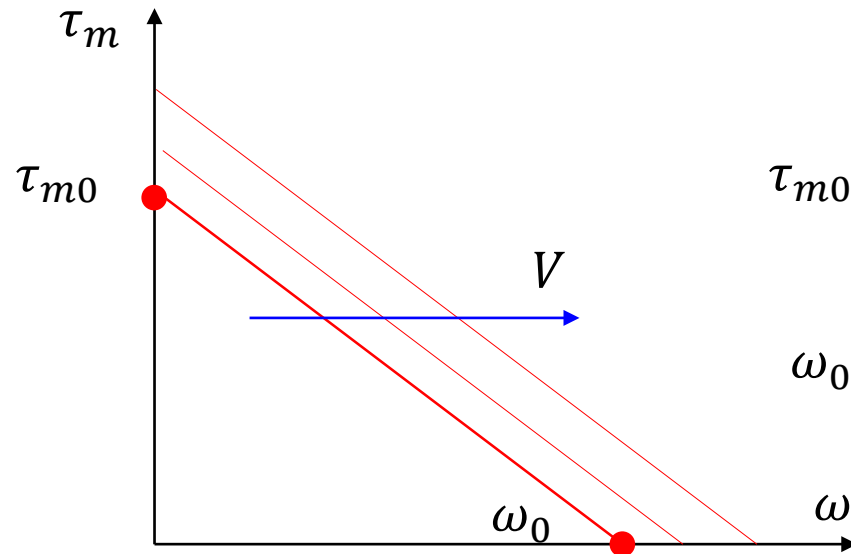
Consideriamo le equazioni del motore a regime ($\frac{dI}{dt} = 0$):

$$\begin{aligned} V &= RI + E \\ E &= K_e \omega \\ \tau_m &= K_t I \end{aligned}$$



$$\tau_m = \frac{K_t}{R} (V - K_e \omega)$$

Questa equazione definisce una **caratteristica statica** coppia-velocità:



$$\tau_{m0} = \frac{K_t}{R} V$$

Coppia di spunto

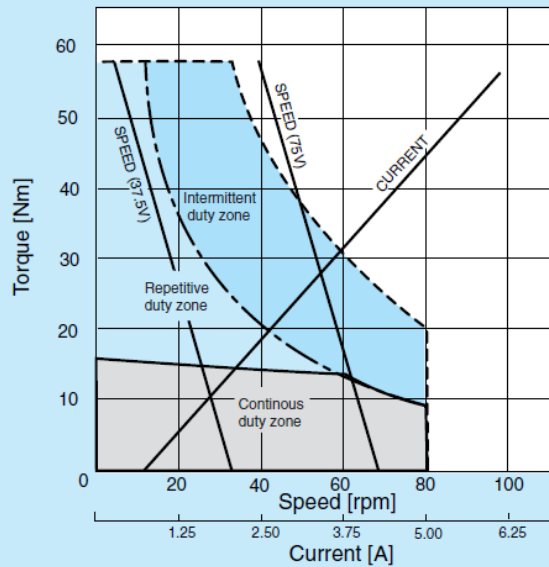
$$\omega_0 = \frac{V}{K_e}$$

Velocità massima a vuoto

Motore a corrente continua: esempio di data sheet

Item	Actuator	RHS-20, RFS-20				RHS-25, RFS-25				RHS-32, RFS-32			
		6007	3007	6012	3012	6012	3012	6018	3018	6018	3018	6030	3030
	Control Units	HS-250-3 HS-350-3 HS-450 R-3				HS-250-6 HS-350-6 HS-450 R-6				HS-250-9 HS-350-9 HS-450 R-9			
Rated Output Power ^{1) 4)}	W	74	74	123	111	123	123	185	185	185	185	308	308
Rated Voltage ¹⁾	V	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	85	85
Rated Current ¹⁾	A	1.9	1.9	2.9	2.7	3.1	3.1	3.9	3.9	4.1	4.1	5.4	5.4
Rated Output Torque ^{1) T_N}	in-lb	104	208	174	312	174	347	260	521	260	521	434	868
	Nm	12	24	20	30	20	40	30	60	30	60	50	100
Rated Output Speed ^{1) n_N}	rpm	60	30	60	30	60	30	60	30	60	30	60	30
Max. Continuous Stall Torque ^{1) 2) 4)}	in-lb	122	243	208	373	208	417	312	625	312	625	521	1040
	Nm	14	28	24	43	24	48	36	72	36	72	60	120
Peak Current ^{1) 2)}	A	6.2	4.8	6.4	5.0	10.7	8.8	10.0	8.3	20.6	16.3	18.2	14.4
Maximum Output Torque ^{1) 2) T_m}	in-lb	495	729	495	729	868	1390	868	1390	1910	2950	1910	2950
	Nm	57	84	57	84	100	160	100	160	220	340	220	340
Maximum Output Speed ¹⁾	rpm	80	40	80	40	80	40	80	40	80	40	80	40
Torque Constant	in-lb/A	91	182	91	182	91	182	91	199	100	189	115	231
	Nm/A	10.5	21.0	10.5	21.0	10.5	21.0	11.5	22.9	11.5	22.9	13.3	26.6

RHS /RFS - 20 - 6007



Fonte: Harmonic Drive

Motore brushless

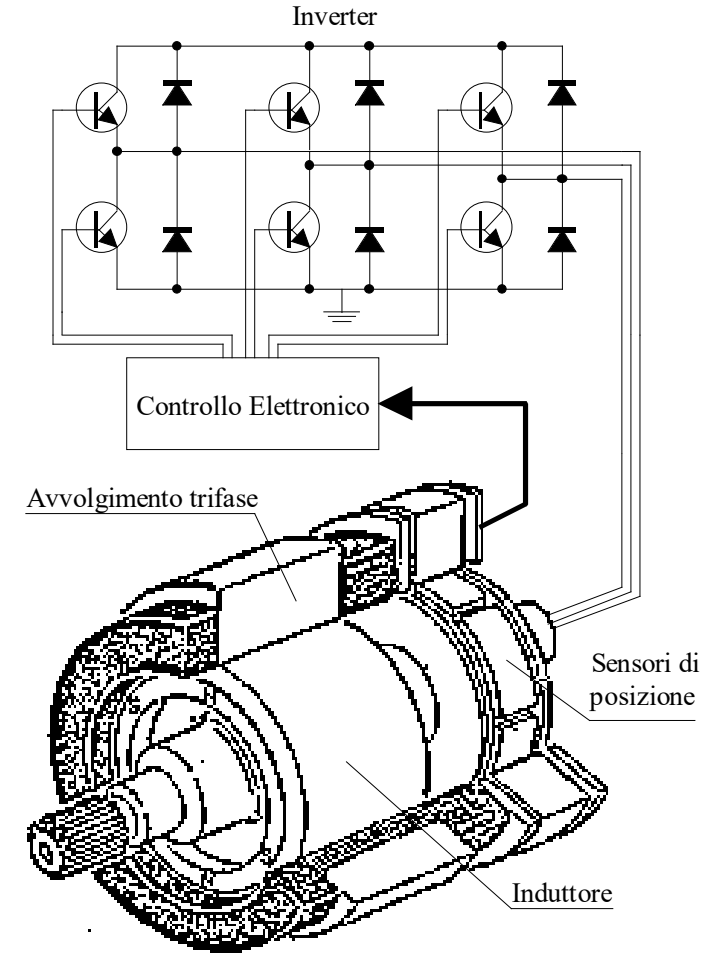
03

Motore brushless

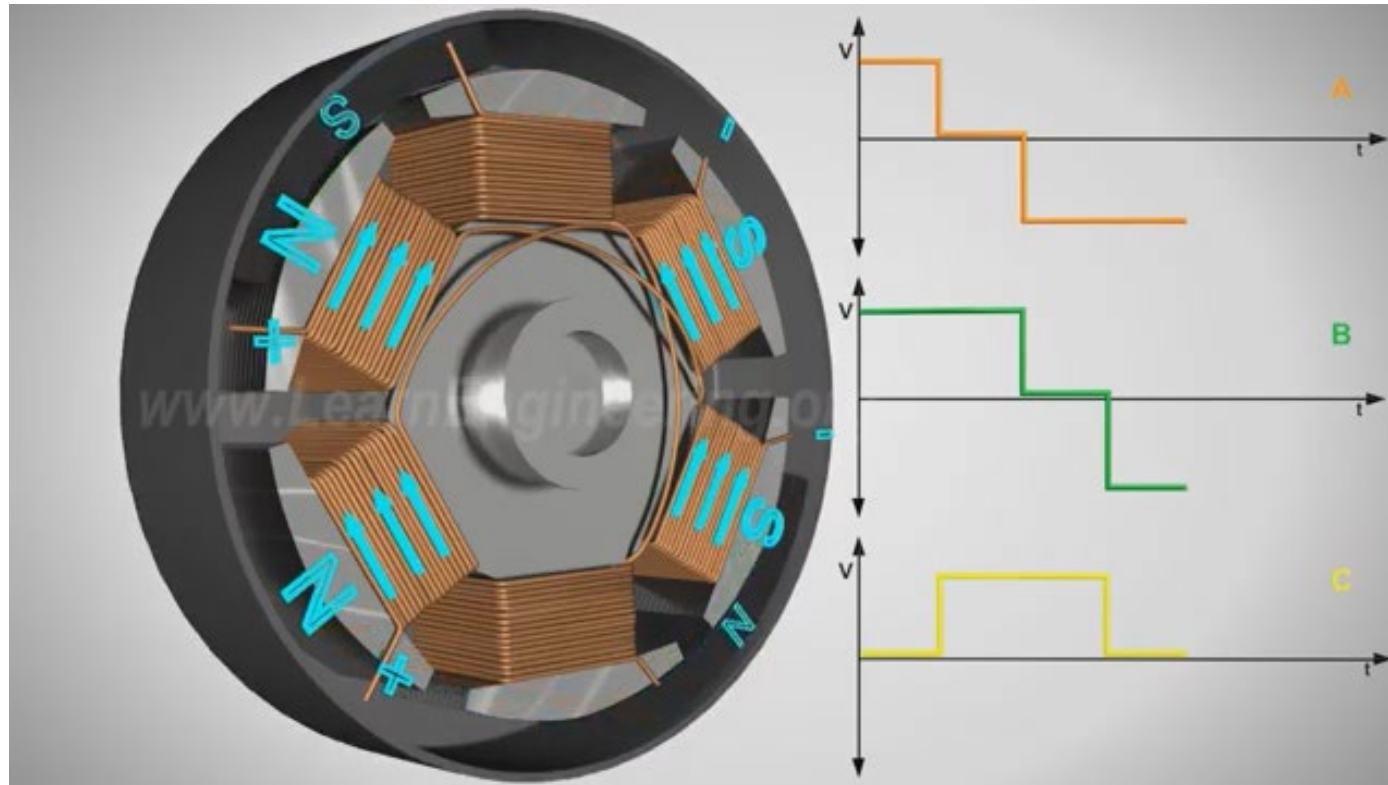
È costituito da un rotore su cui sono alloggiati i magneti permanenti e da uno statore su cui sono disposti tre avvolgimenti (per motore trifase).

La commutazione meccanica del sistema spazzole-collettore è sostituita dalla **commutazione elettronica** della corrente negli avvolgimenti di statore, affidata a un *inverter*.

Non entriamo nei dettagli del meccanismo di commutazione, osservando solo che per eseguire la commutazione sulla base della posizione del rotore è necessario un **sensore** di posizione angolare.



Motore brushless: principio di funzionamento



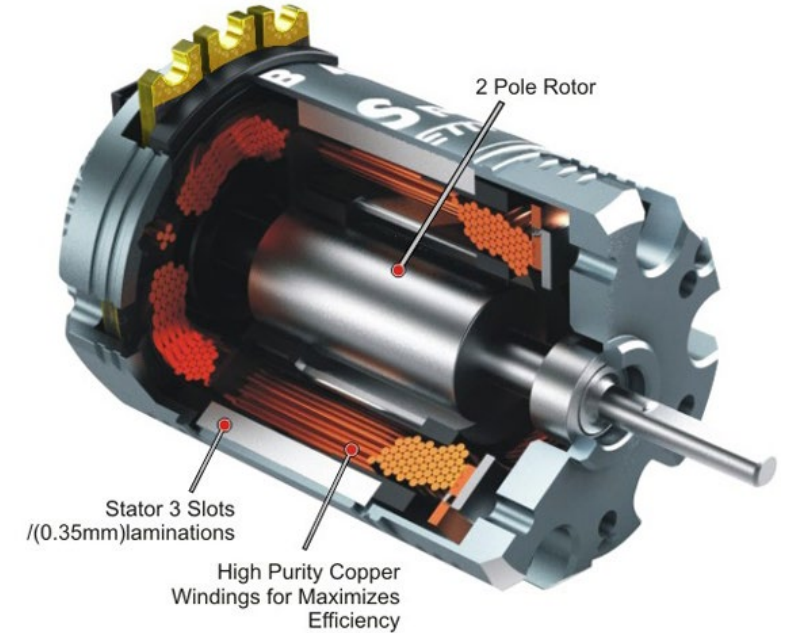
<https://www.youtube.com/watch?v=bCEiOnuODac>

Motore brushless: vantaggi rispetto ai motori DC

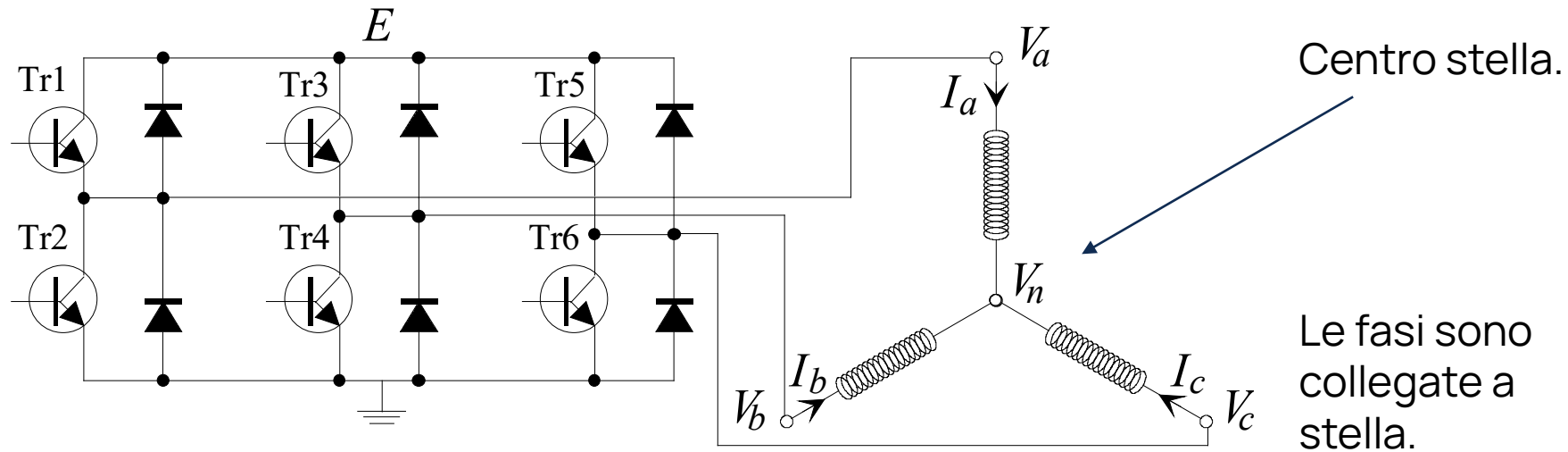
- perdite ridotte, sia elettriche (si eliminano le cadute di tensione ai contatti collettore-spazzole) sia meccaniche (attrito)
- manutenzione ridotta (nessuna sostituzione delle spazzole)
- più facile dissipazione del calore
- rotore più compatto (meno inerzia e dimensioni più piccole)

Ma...

Maggiore costo!



Motore brushless: dinamica elettrica



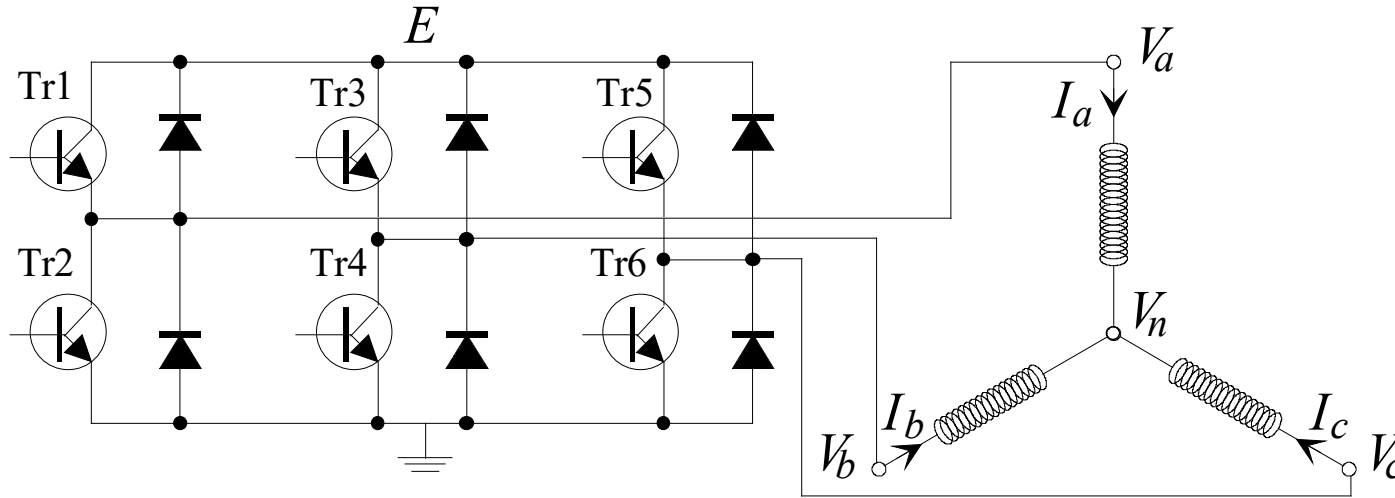
$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \left(\begin{bmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ba} & L_b & M_{bc} \\ M_{ca} & M_{cb} & L_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_n \\ V_n \\ V_n \end{bmatrix}$$

$$I_a + I_b + I_c = 0$$

L : auto induttanze
 M : mutue induttanze

Tensione del centro stella.

Motore brushless: dinamica elettrica per macchina isotropa



$$L_i = \text{cost.}$$

$$M_{ij} = \text{cost.}$$

$$L = L_i - M_{ij}$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} + L \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_n \\ V_n \\ V_n \end{bmatrix}$$

$$I_a + I_b + I_c = 0$$

Motore brushless: calcolo della coppia

La potenza meccanica uguaglia la potenza elettrica:

$$P_e = E_a I_a + E_b I_b + E_c I_c$$

$$P_m = \tau_m \omega$$

$$P_e = P_m$$



$$\tau_m = \frac{E_a I_a + E_b I_b + E_c I_c}{\omega}$$

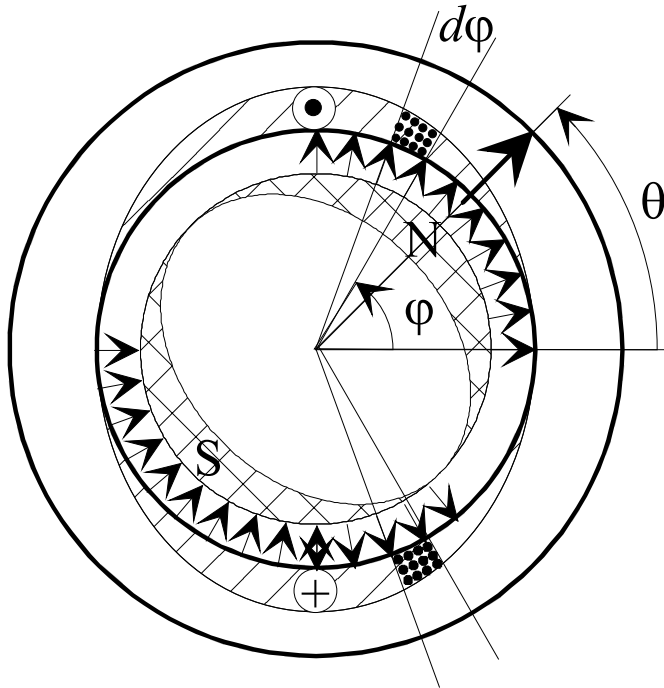
La forza controelettrica è legata alla velocità angolare da una “**funzione di forma**” che dipende dall’angolo di rotazione del rotore θ

$$E_i = \omega K_i(\theta)$$

$K_i(\theta)$ trapezoidale: motori **DC brushless**
 $K_i(\theta)$ sinusoidale: motori **AC brushless**

Come imporre che la coppia sia indipendente dall’angolo θ (come in un motore a corrente continua)?

Motore brushless sinusoidale (AC brushless)



In questo motore, grazie ad un'opportuna configurazione dei magneti permanenti, è possibile fare in modo che la funzione di forma abbia una **dipendenza sinusoidale** dall'angolo θ :

$$E = \omega K \sin(\theta)$$

(per una coppia di poli)

Motore brushless sinusoidale: calcolo della coppia

Siano:

p : numero di coppie polari (in generale $p > 1$!)

$\alpha = p\theta$: angolo elettrico

Profili di f.e.m. (imposti con il progetto meccanico-elettrico):

$$K_a = K_a(\theta) = pK \sin(p\theta) = pK \sin(\alpha)$$

$$K_b = K_b(\theta) = pK \sin(p\theta - 2\pi/3) = pK \sin(\alpha - 2\pi/3)$$

$$K_c = K_c(\theta) = pK \sin(p\theta - 4\pi/3) = pK \sin(\alpha - 4\pi/3)$$

Correnti (imposte con l'inverter):

$$I_a = I_a(\theta) = I \sin(\alpha)$$

$$I_b = I_b(\theta) = I \sin(\alpha - 2\pi/3)$$

$$I_c = I_c(\theta) = I \sin(\alpha - 4\pi/3)$$

Coppia:

$$\begin{aligned} \tau_m &= K_a I_a + K_b I_b + K_c I_c = pKI \sin^2(\alpha) + pKI \sin^2(\alpha - 2\pi/3) + pKI \sin^2(\alpha - 4\pi/3) = \\ &= \frac{3}{2} pKI = K_t I \end{aligned}$$

La coppia non dipende dall'angolo! (come nel motore a corrente continua)

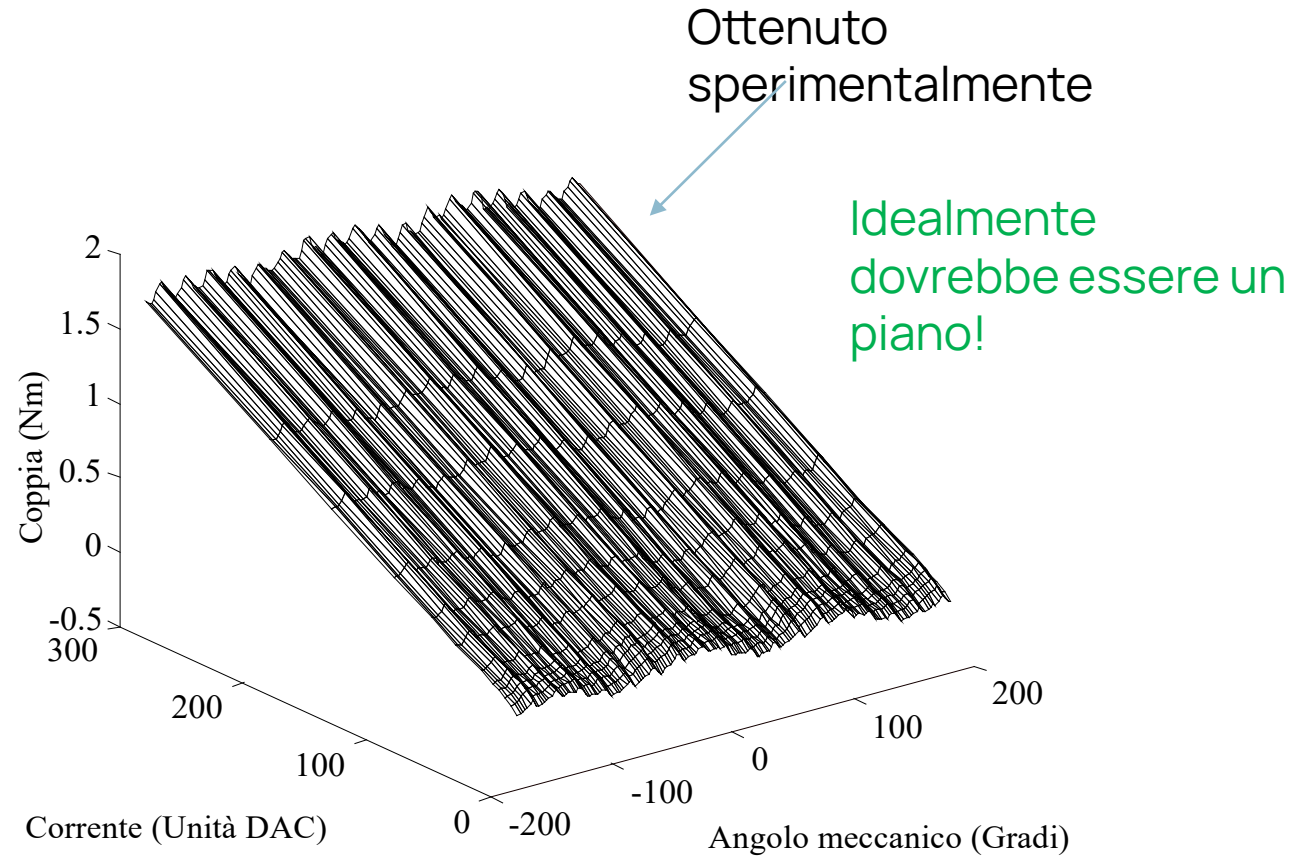
Motore brushless sinusoidale: ripple di coppia

$$\tau_m = K_t I$$

Idealmente la coppia non dipende dall'angolo.

In realtà, a causa di imperfezioni nel progetto del motore e dell'inverter, la coppia ha sovrapposta una ondulazione (**ripple**) dipendente dall'angolo:

Il ripple può eccitare le risonanze del robot.



Motore brushless AC: esempio di data sheet

	Units	HKM-20-60	HKM-20-30	HKM-25-60	HKM-25-30
Rated Power	Watts		100		200
Rated Torque	in-lb	115	233	233	440
	N-m	13	26	26	50
Maximum Torque	in-lb	345	700	830	1330
	N-m	39	79	94	150
Rated Speed	r/min	60	30	60	30
Maximum Speed	r/min	80	40	80	40
Current, rated	A	1.8	1.4	4.8	3.0
Current, max.	A	5	4	14	9
Thermal Time Constant	min.		~25		~30
Gear Reduction Ratio	R:1	50	100	50	100
Output Resolution	P/rev.	50,000	100,000	75,000	150,000
	arc sec	26	13	17	9
Absolute accuracy	+/- arc sec	75	40	60	40
Motor Type: 3 Phase Brushless					
Number of poles			8		
Torque Constant	in-lb/A		2.8		1.7
Back EMF	V/kRPM		33.3		20.2
Motor Resistance	Ohms		15.7		1.5
Motor Inductance	mH		10.3		1.8
Inertia	kg-cm ²		0.35		1.91

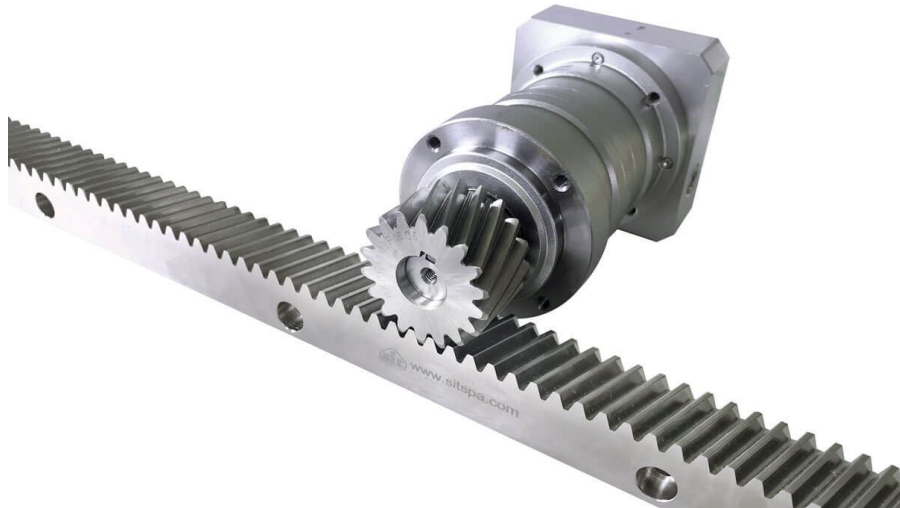
Riduttori per il controllo del moto

04

Funzione dell'organo di trasmissione



La funzione di un organo di trasmissione (**riduttore**) è di rendere compatibili velocità e coppie dei motori e dei carichi movimentati.

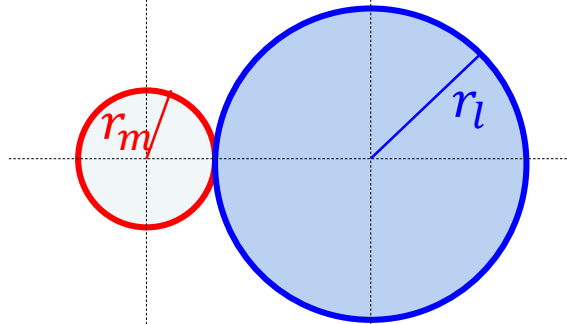


La trasmissione può anche convertire un moto rotatorio in un moto lineare

Rapporto di trasmissione

La trasmissione si caratterizza per il **rapporto di trasmissione** $n \gg 1$

schema
concettuale



Lato motore Lato carico

$$n = \frac{r_l}{r_m} \gg 1$$

Le velocità lineari nel punto di contatto sono uguali:

$$r_m \omega_m = r_l \omega_l$$



$$\omega_l = \frac{1}{n} \omega_m$$

La velocità del carico è molto ridotta rispetto a quella del motore

Le forze scambiate nel punto di contatto sono uguali:

$$\frac{\tau_m}{r_m} = \frac{\tau_l}{r_l}$$

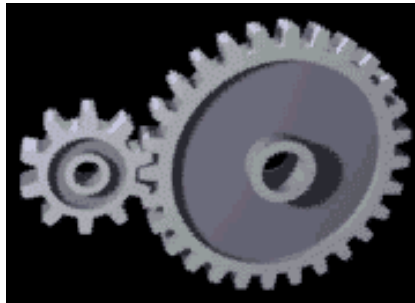


$$\tau_l = n \tau_m$$

La coppia sull'asse del carico è molto maggiore rispetto a quella sull'asse motore

Alcune tipologie di organi di trasmissione

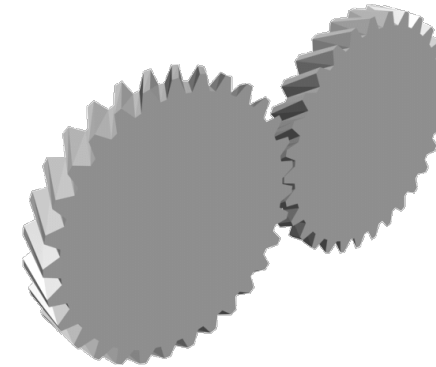
**Ruote cilindriche
semplici**



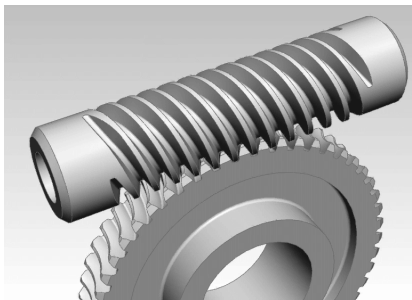
**Pignone-
cremagliera**



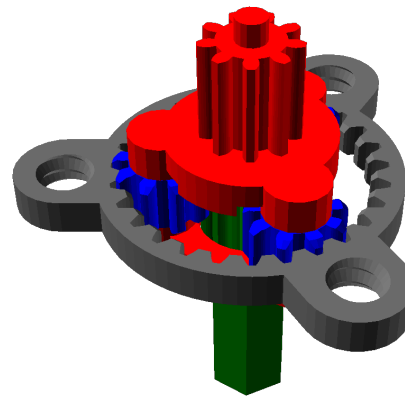
**Ruote cilindriche
elicoidali**



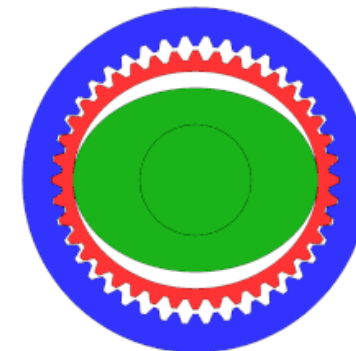
Vite senza fine



Rotismi epicicloidali



Harmonic drive



Harmonic drive

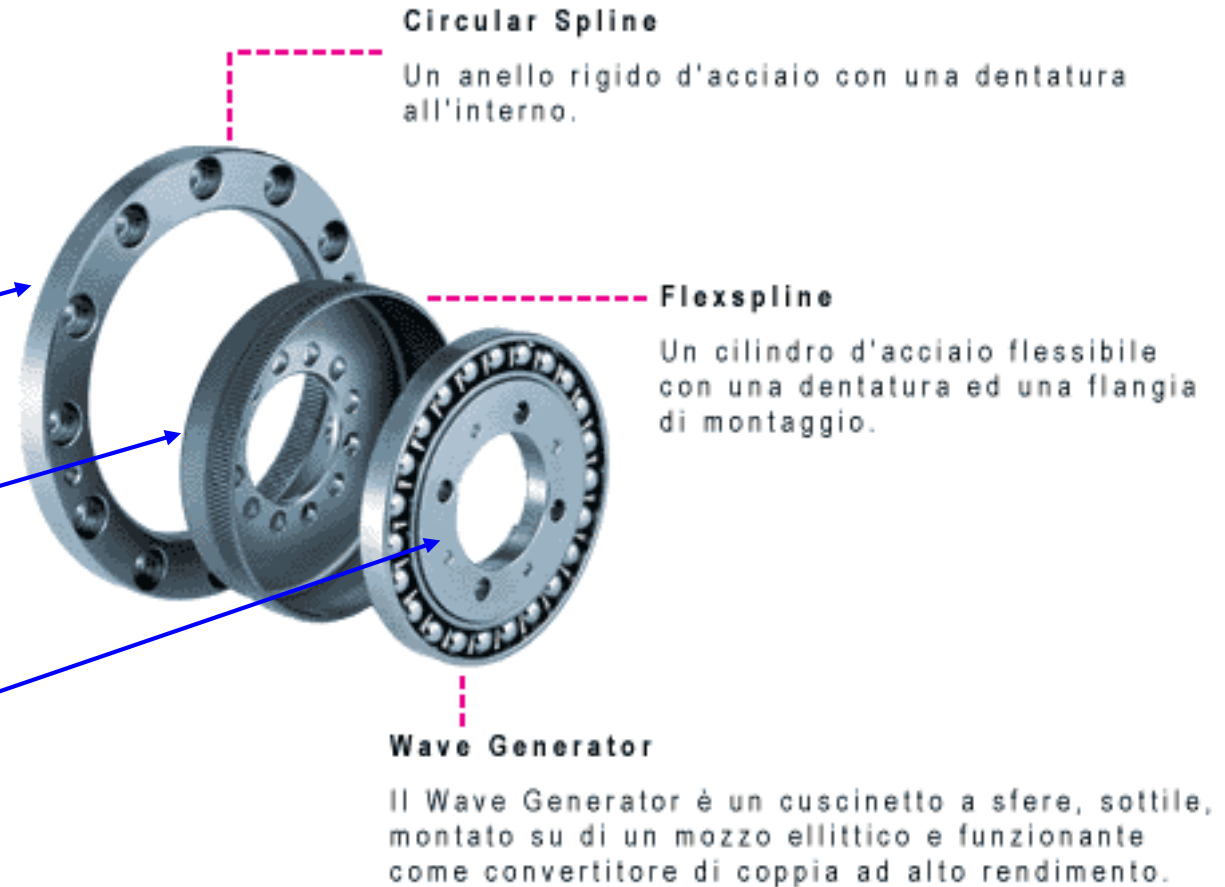
Gli **harmonic drive** sono riduttori particolari, molto usati per le doti di compattezza e per il gioco ridotto.

Sono composti da tre parti:

solidale al motore
(statore)

solidale al carico

solidale al motore
(rotore)

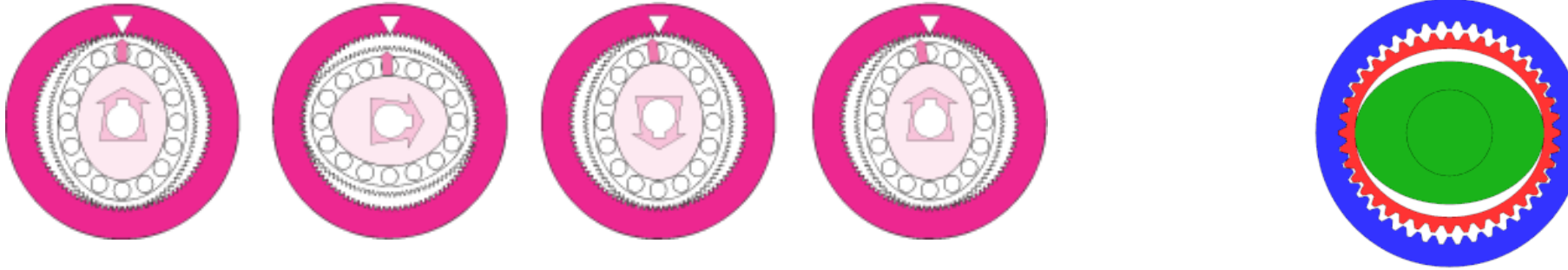


Harmonic drive: principio di funzionamento



<https://www.youtube.com/watch?v=bzRh672peNk>

Harmonic drive: calcolo del rapporto di trasmissione



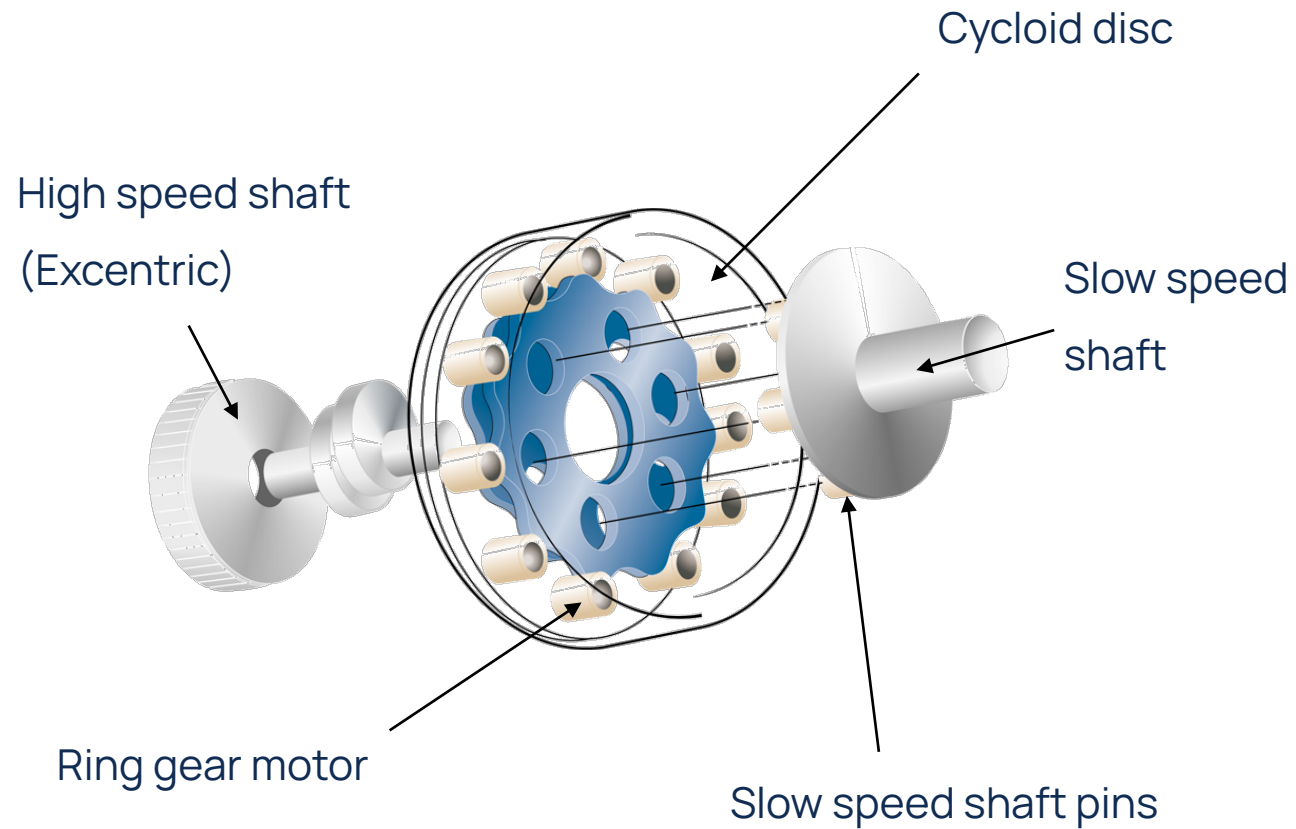
La corona flessibile ha due denti in meno della corona circolare. È tenuta in forma ellittica dal generatore di deformazione.

Ruotando il generatore di deformazione, la zona d'ingranamento dei denti si muove insieme all'asse maggiore dell'ellisse. Quando il generatore di deformazione avrà compiuto 180° , la corona flessibile sarà rimasta indietro di un dente rispetto alla corona circolare. Ogni giro completo del generatore di deformazione muove la corona flessibile indietro di due denti rispetto alla corona circolare.

Se d è il numero totale di denti della corona flessibile, il **rapporto di trasmissione** vale:

$$n = -\frac{360^\circ}{\frac{2}{d} \cdot 360^\circ} = -\frac{d}{2}$$

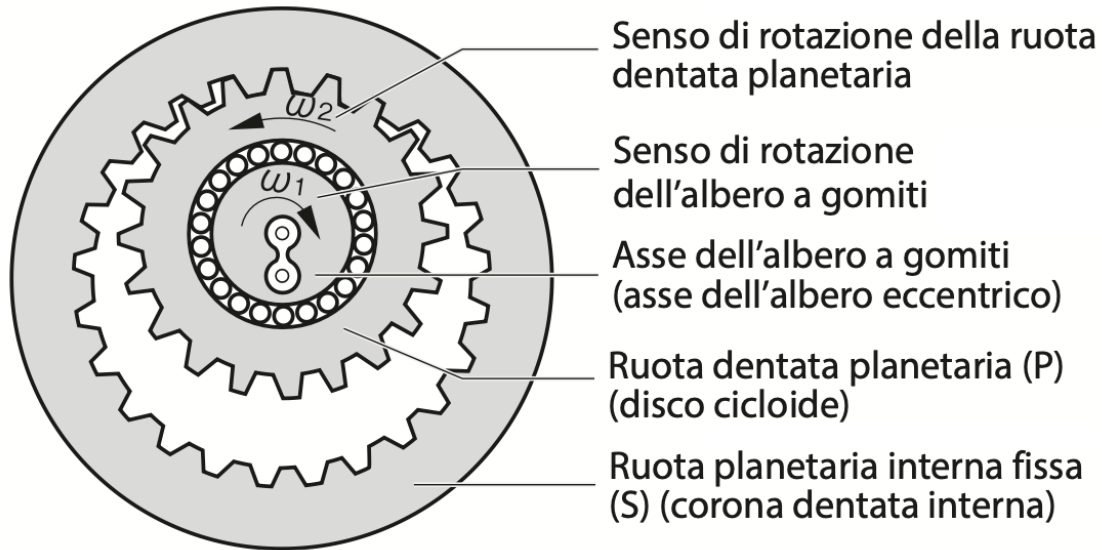
Riduttore cicloidale



<https://www.youtube.com/watch?v=1ijFove42Kw>

Riduttore cicloidale: calcolo del rapporto di trasmissione

Il riduttore può essere schematizzato con una ruota dentata planetaria con P denti e una ruota planetaria interna fissa (corona dentata interna) con S denti. La ruota dentata planetaria è caratterizzata da linee curve cicloidali (disco cicloide), mentre la ruota planetaria interna fissa è dotata di bulloni esterni della corona dentata disposti in cerchio.



Fonte: Sumitomo

Il **rapporto di trasmissione** si ottiene come

$$n = -\frac{S - P}{P}$$

Solitamente $S - P = 1$ oppure $S - P = 2$ per massimizzare il rapporto di riduzione, ossia la ruota planetaria interna fissa ha 1 o 2 denti in più rispetto alla ruota dentata planetaria.

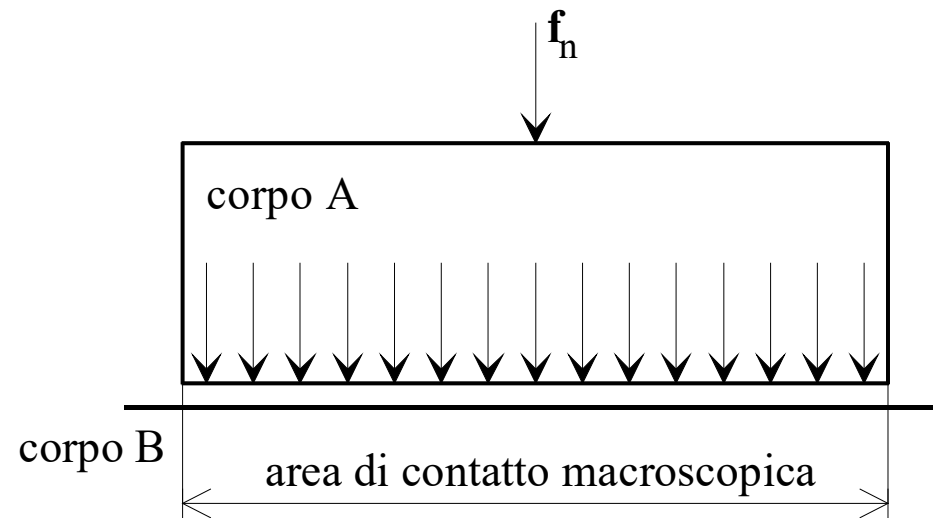
Harmonic drive vs. riduttore cicloidale



<https://www.youtube.com/watch?v=IXmCze1GsGU>

L'attrito

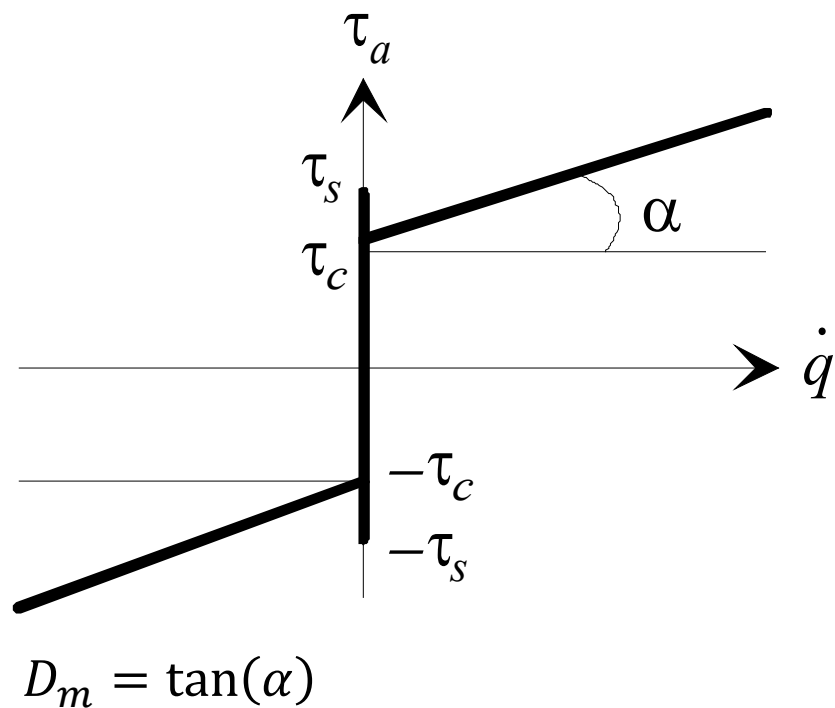
L'**attrito** si manifesta alla superficie di contatto tra due corpi, opponendosi al moto relativo:



Per studi in cui non è rilevante il comportamento a velocità nulla, si può adottare un modello in cui la forza (o coppia) d'attrito è proporzionale alla velocità.

Il modello classico discontinuo

Il modello classico discontinuo distingue tra le situazioni di velocità nulla (quiete) e velocità diversa da zero:

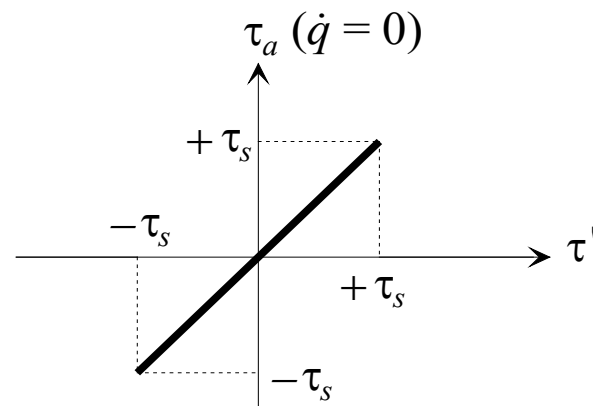


τ_s : coppia di primo distacco

τ_c : coppia di Coulomb

Per $\dot{q} \neq 0$ $\tau_a = D_m \dot{q} + \tau_c \text{sign}(\dot{q})$

Per $\dot{q} = 0$

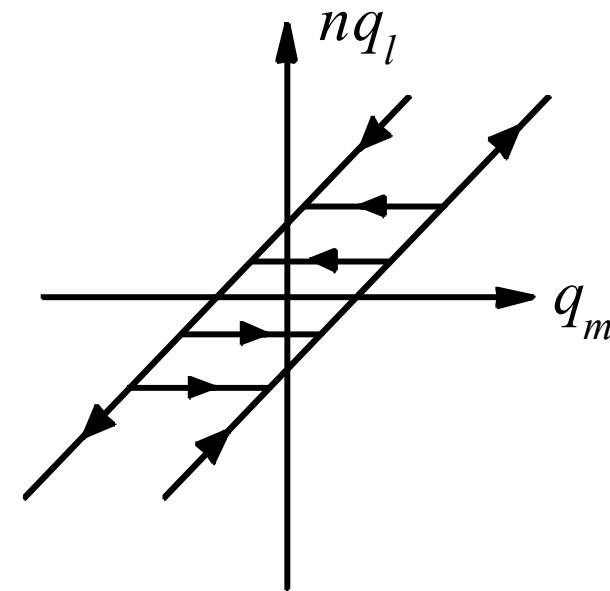
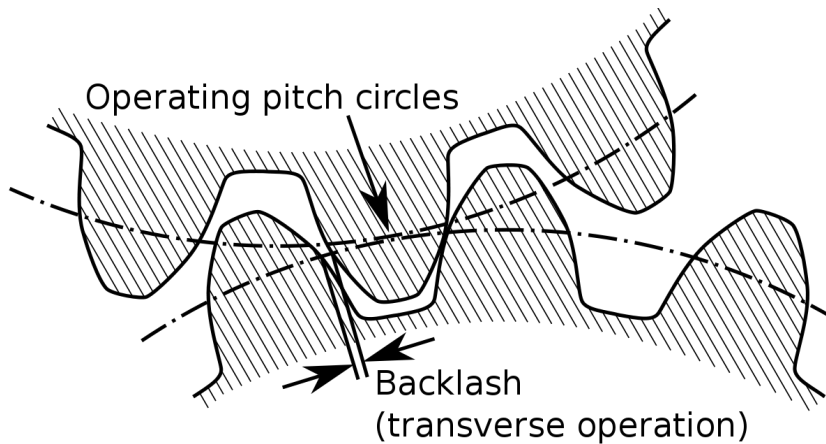


τ' : coppia attiva

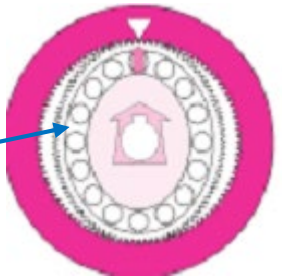
Il gioco

Se si inverte il senso di rotazione del motore, per un angolo di rotazione corrispondente al **gioco**, l'angolo del carico non cambia.

Il gioco nasce da imprecisioni di accoppiamento tra gli ingranaggi:
può essere ridotto precaricandoli.

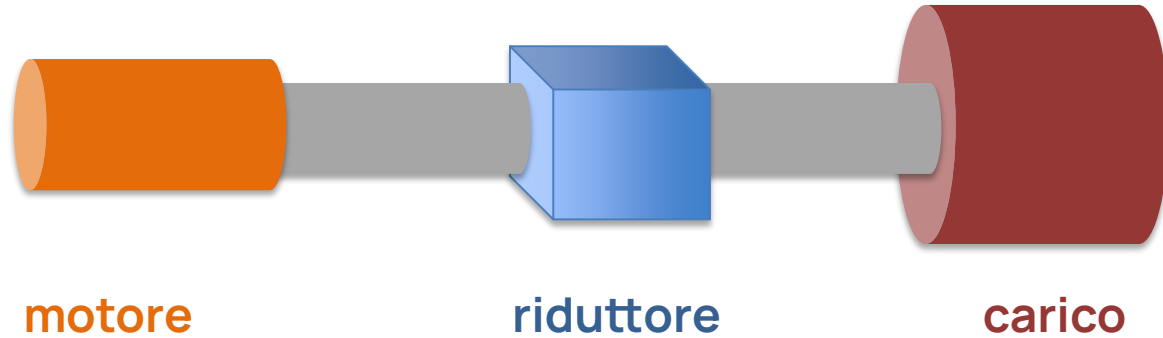


In un **Harmonic Drive** il gioco è molto ridotto ed è dovuto principalmente al cuscinetto.



Motore, riduttore e carico: effetti inerziali

Il riduttore accoppia un motore a un carico:



J_m : momento di inerzia del motore

J_l : momento di inerzia del carico

Trascurando gli attriti, la coppia motrice deve vincere l'inerzia del motore e quella del carico:

$$\tau_m = J_m \dot{\omega}_m + \frac{J_l \dot{\omega}_l}{n} = \left(J_m + \frac{J_l}{n^2} \right) \dot{\omega}_m$$

L'inerzia del carico si somma quindi a quella del motore, ma deve essere **riportata all'asse motore**, dividendola per n^2

Accoppiamento di inerzia

Come scegliere il rapporto di trasmissione, note le caratteristiche inerziali di motore e carico?

Esprimiamo la coppia motrice in funzione della accelerazione del carico:

$$\tau_m = J_m \dot{\omega}_m + J_l \frac{\dot{\omega}_l}{n} = nJ_m \dot{\omega}_l + J_l \frac{\dot{\omega}_l}{n}$$

Il rapporto tra accelerazione del carico e coppia motrice è quindi:

$$\frac{\dot{\omega}_l}{\tau_m} = \frac{1}{nJ_m + \frac{J_l}{n}}$$

Questo rapporto assume **valore massimo** quando:

$$n = \sqrt{\frac{J_l}{J_m}} \Rightarrow J_m = \frac{J_l}{n^2}$$

condizione di “**inertia matching**”: il momento di inerzia lato motore e quello del carico riportato all’asse motore sono uguali

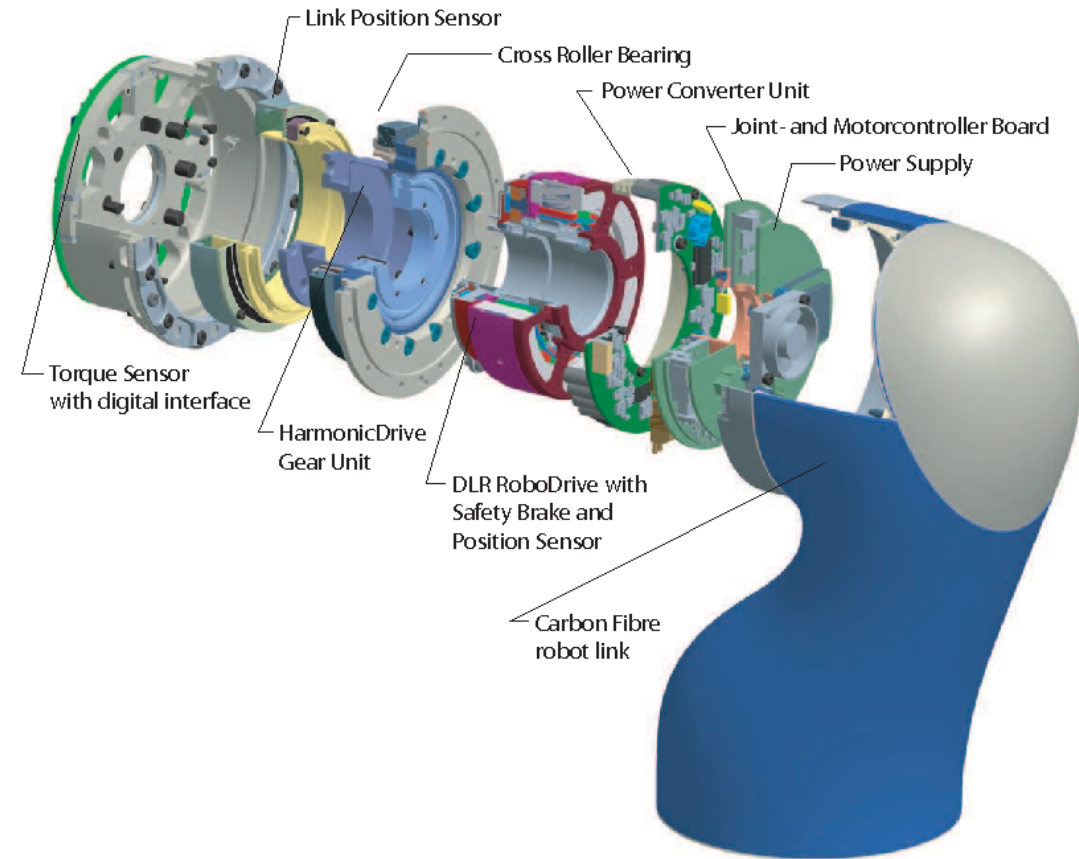
Uno sguardo alle trasmissioni di un robot industriale

Trasmissione di un robot KUKA per i giunti del polso



Un giunto robotico ad alte prestazioni

LWR III del DLR (Germania)





POLITECNICO
MILANO 1863

DIPARTIMENTO DI ELETTRONICA
INFORMAZIONE E BIOINGEGNERIA

Contatti

Paolo Rocco
paolo.rocco@polimi.it