



POLITECNICO
MILANO 1863

DIPARTIMENTO DI ELETTRONICA
INFORMAZIONE E BIOINGEGNERIA

Fondamenti di robotica

Argomenti avanzati di robotica

16.05.2026 | Paolo Rocco

Contenuti

1. **Cinematica, dinamica, programmazione e controllo del moto**
2. **Controllo dell'interazione con l'ambiente**
3. **Robotica collaborativa, mobile e umanoide**

Cinematica, dinamica, programmazione e controllo del moto

01

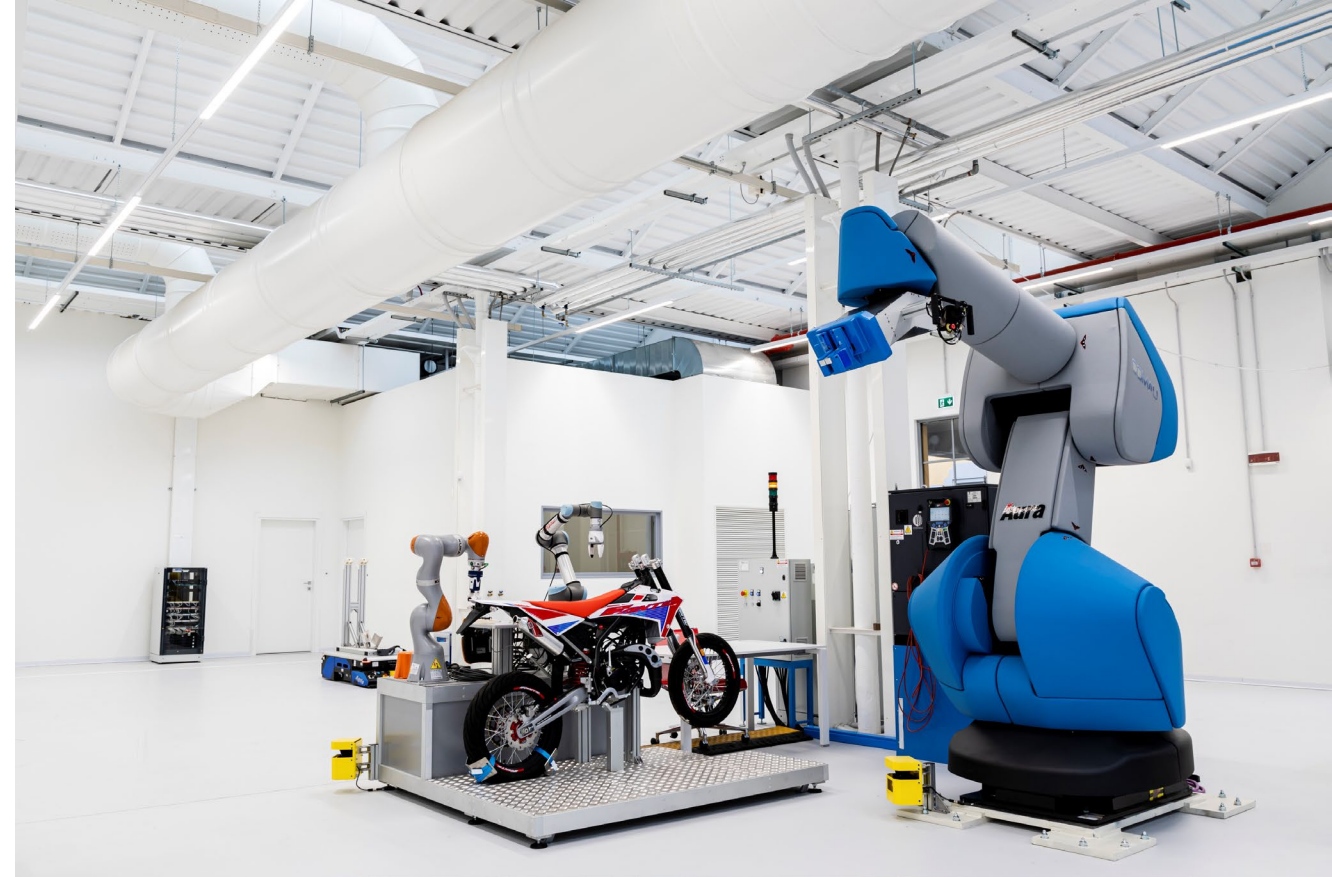
Argomenti avanzati di robotica

In questo insegnamento abbiamo visto una panoramica degli argomenti fondamentali della robotica.

Tuttavia questi argomenti non esauriscono certamente il dominio della robotica.

Vi sono vari altri **argomenti più avanzati**, per la maggior parte trattati negli insegnamenti in Laurea Magistrale.

Daremo nel seguito alcuni cenni su questi argomenti.



*Isola della robotica collaborativa al
Competence Center Industria 4.0 MADE, Milano*

Ridondanza cinematica

Consideriamo l'equazione cinematica diretta di un manipolatore

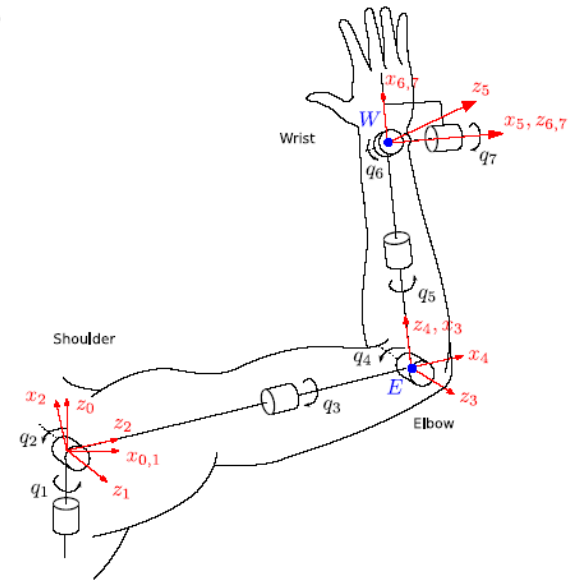
$$\mathbf{r} = \mathbf{f}(\mathbf{q})$$

con $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$, variabili di giunto, e $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^m$ variabili che definiscono il compito nello spazio operativo

Un robot è **cinematicamente ridondante** se:

$$n > m$$

cioè se ha più gradi di libertà di quelli strettamente necessari per svolgere il compito.



Il braccio umano è ridondante cinematicamente!

Ridondanza cinematica

Il problema principale da affrontare per un robot ridondante è l'inversione cinematica:

$$\mathbf{q}(t): \quad \mathbf{f}(\mathbf{q}(t)) = \mathbf{r}(t), \quad \forall t$$

Quando il robot è ridondante:

- esistono infinite soluzioni al problema cinematico inverso
- il robot ha moti interni nello spazio dei giunti che non influenzano le variabili dello spazio operativo



Ridondanza cinematica

Il problema viene solitamente affrontato **a livello di velocità**.

Data l'equazione della cinematica differenziale:

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}$$

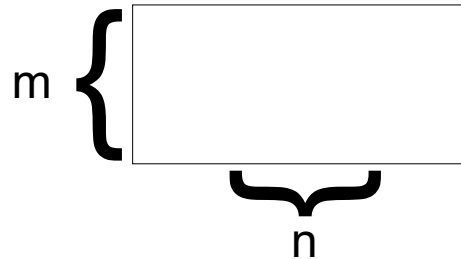
dove:

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}}$$

è lo Jacobiano, si vuole risolvere rispetto a:

$\dot{\mathbf{q}}$

Non banale!
... perché lo Jacobiano è una
matrice rettangolare
inferiore



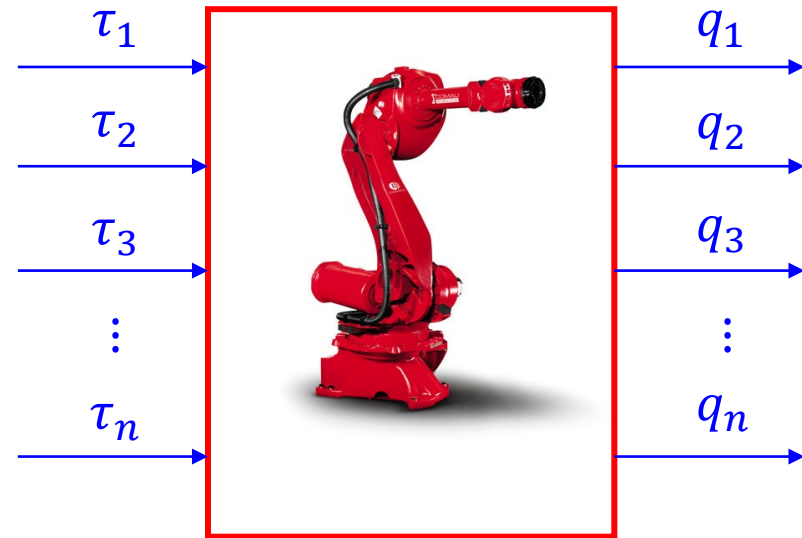
Si utilizzano metodi di algebra
lineare per l'analisi dei sottospazi
associati alla matrice $\mathbf{J}$



Pseudoinversa dello Jacobiano

Dinamica

Abbiamo già visto che la conoscenza del **modello dinamico** del robot sarebbe utile per il progetto del controllore del moto



ingressi

uscite

$$\begin{aligned} h_1(q_1, q_2, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n, \ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \dots, \ddot{q}_n) &= \tau_1 \\ h_2(q_1, q_2, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n, \ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \dots, \ddot{q}_n) &= \tau_2 \\ &\vdots \\ h_n(q_1, q_2, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n, \ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \dots, \ddot{q}_n) &= \tau_n \end{aligned}$$

Il modello dinamico è anche usato per:

- Simulazione
- Pianificazione della traiettoria

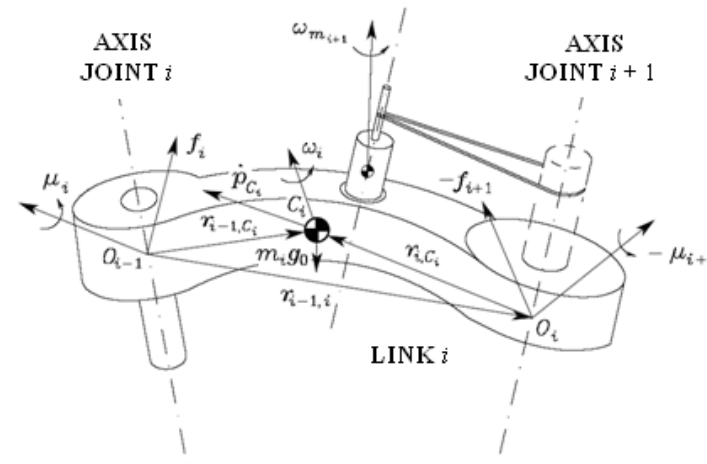
Dinamica

Il modello dinamico può essere ricavato sostanzialmente in due modi:

Metodo di **Eulero-Lagrange**: si riconosce la natura del robot come sistema di corpi rigidi con vincoli e si scrivono le equazioni di Lagrange del sistema

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \xi_i, \quad i = 1, \dots, n$$

Metodo di **Newton-Eulero**: si scrivono le equazioni dinamiche per il singolo link e si risolvono le interazioni tra un link e i link adiacenti nella catena

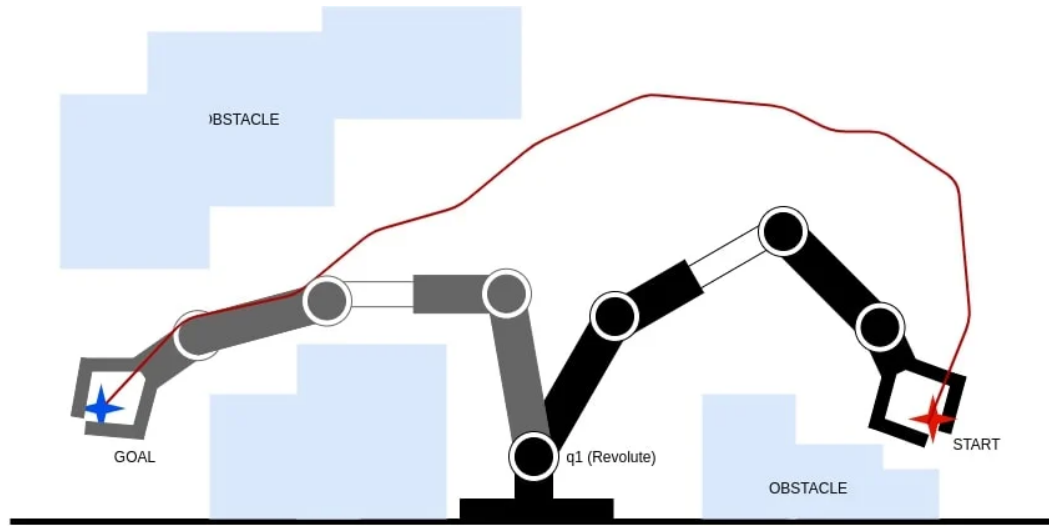


Comunque venga ricavato, il modello dinamico è decisamente complesso....

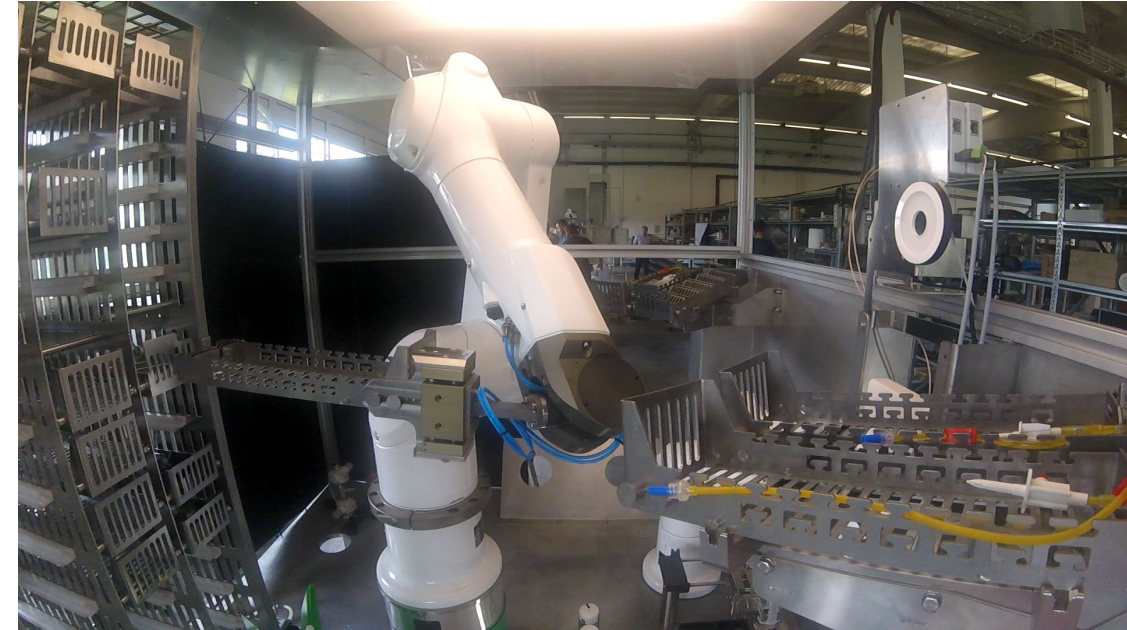
$$f_2(2) = -f_{02}(2) - f_{12}(2) - f_{22}(2) - f_{32}(2) - f_{42}(2) - f_{52}(2) - f_{62}(2) - f_{72}(2) - f_{82}(2) - f_{92}(2);$$

Pianificazione del moto

- La **pianificazione del moto in ambienti popolati da ostacoli** può essere molto dispendiosa se eseguita a mano.
- Esistono metodi per eseguire questa pianificazione in modo automatico
- Questi metodi si basano su approcci probabilistici



Fonte: Akshay Kumar

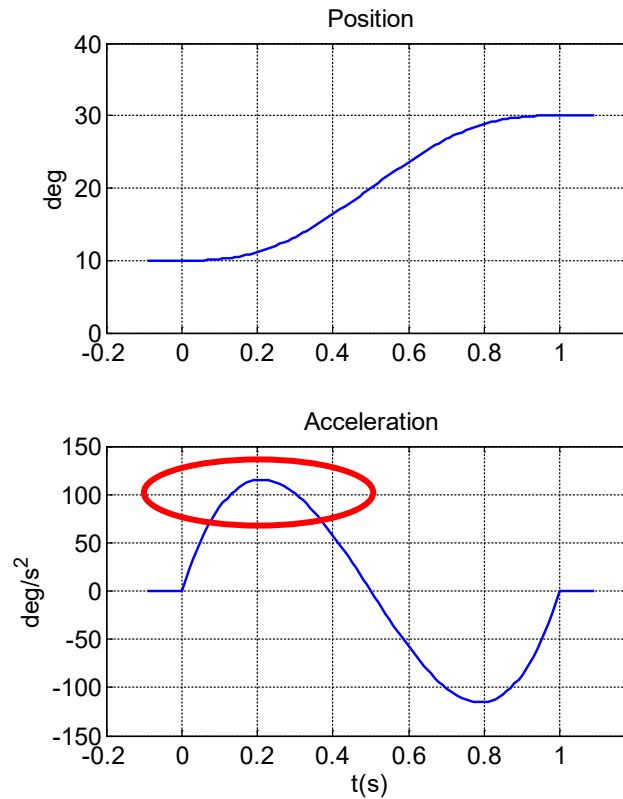


Pianificazione del moto

- Quando si genera il moto da un punto all'altro, per esempio con una traiettoria polinomiale, occorre garantire che i valori massimi di velocità accelerazione e coppia richiesta siano entro i limiti consentiti
- Per ottenere questo risultato in modo sistematico si ricorre alla **scalatura della traiettoria**

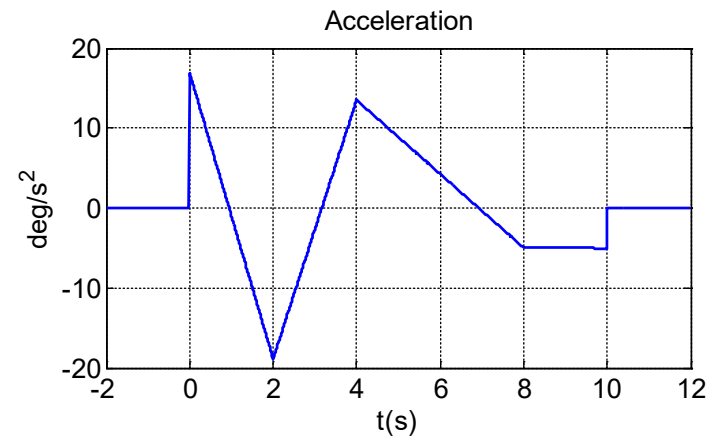
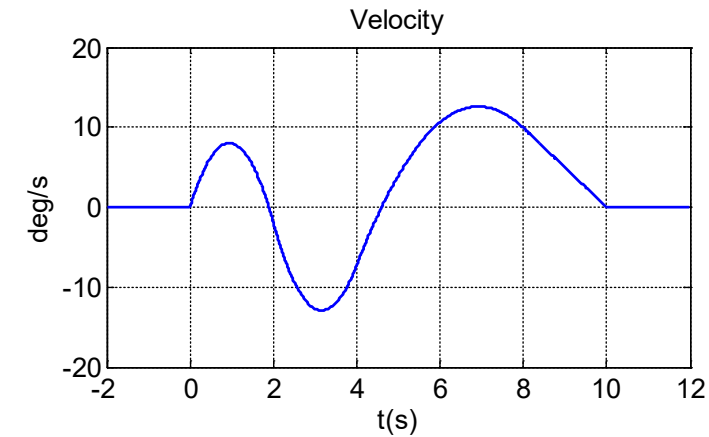
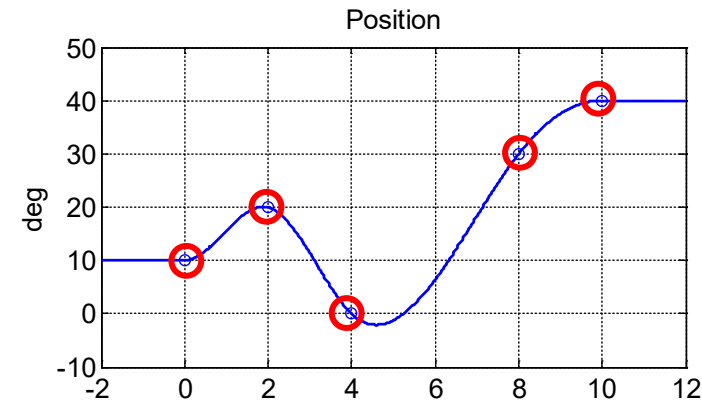
Scalatura

- **cinematica**: vincoli su velocità e accelerazione
- **dinamica**: vincoli su coppia



Pianificazione del moto

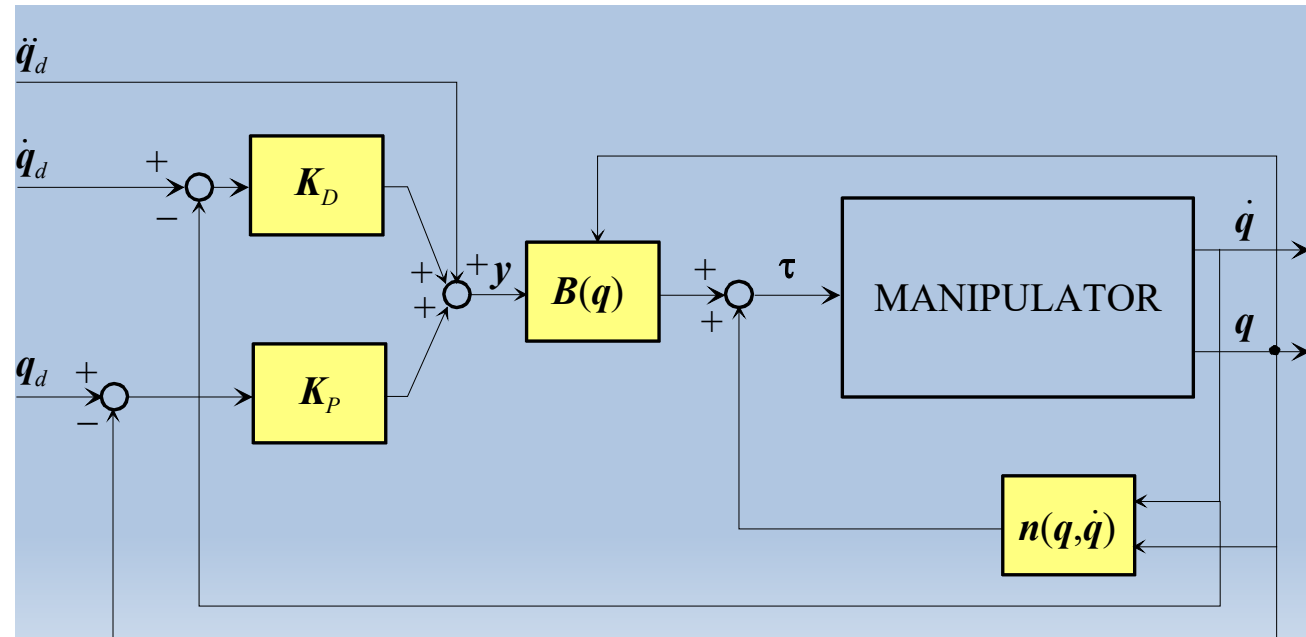
- Un problema rilevante nella generazione delle traiettorie è la determinazione di un profilo di posizione che raggiunga determinati valori in istanti assegnati
- Si risolve il problema con **metodi di interpolazione**
- In particolare si usa il metodo delle **spline**



Controllo del moto

Disponendo del modello dinamico del robot, si possono progettare **sistemi di controllo centralizzati** basati sul modello

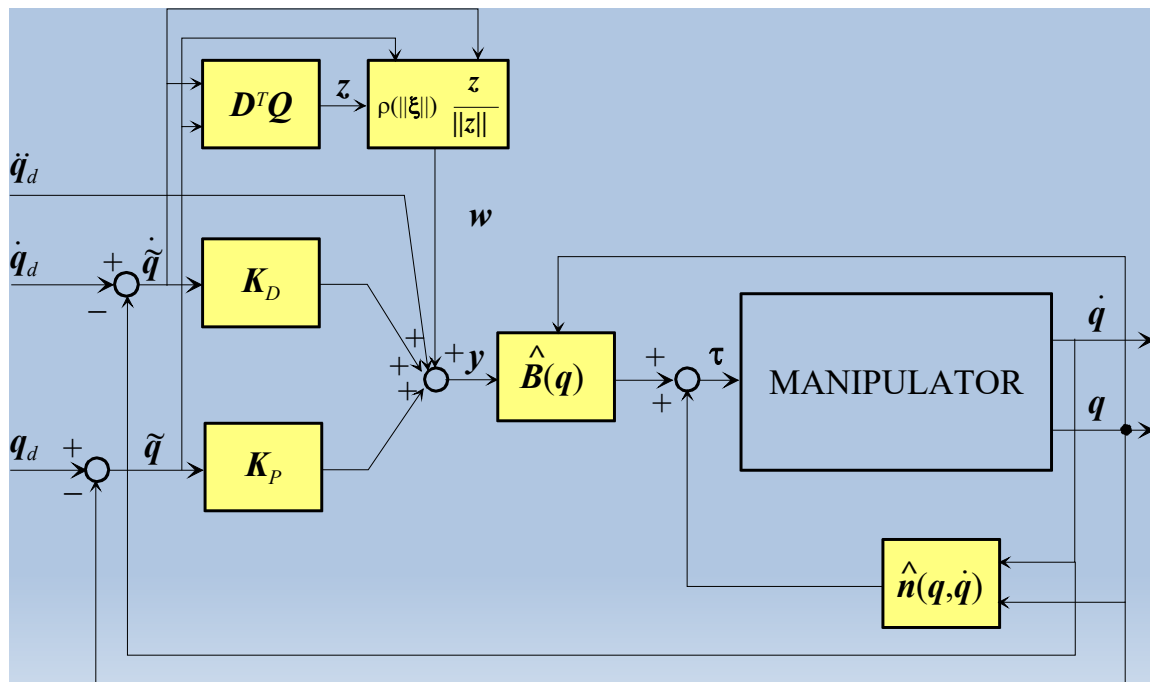
Il **controllo a dinamica inversa** compensa completamente la dinamica non lineare del robot e chiude l'anello di controllo con controllori lineari



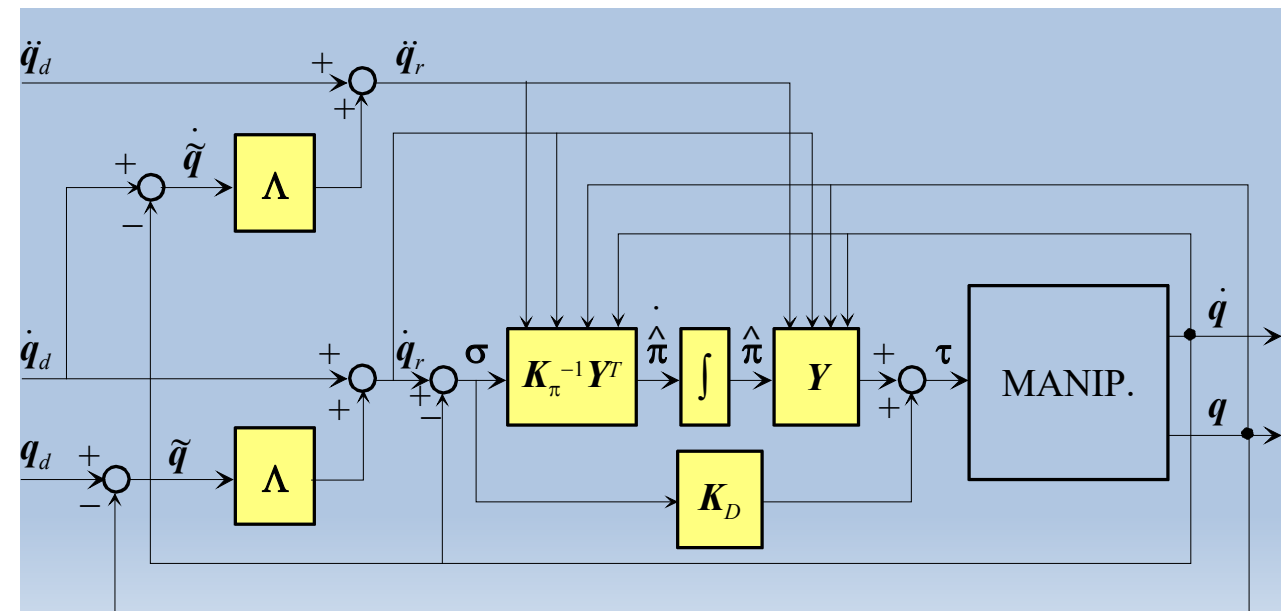
Controllo del moto

Per ovviare alle inevitabili incertezze sulla conoscenza del modello, si ricorre a soluzioni di controllo più sofisticate

Controllo robusto



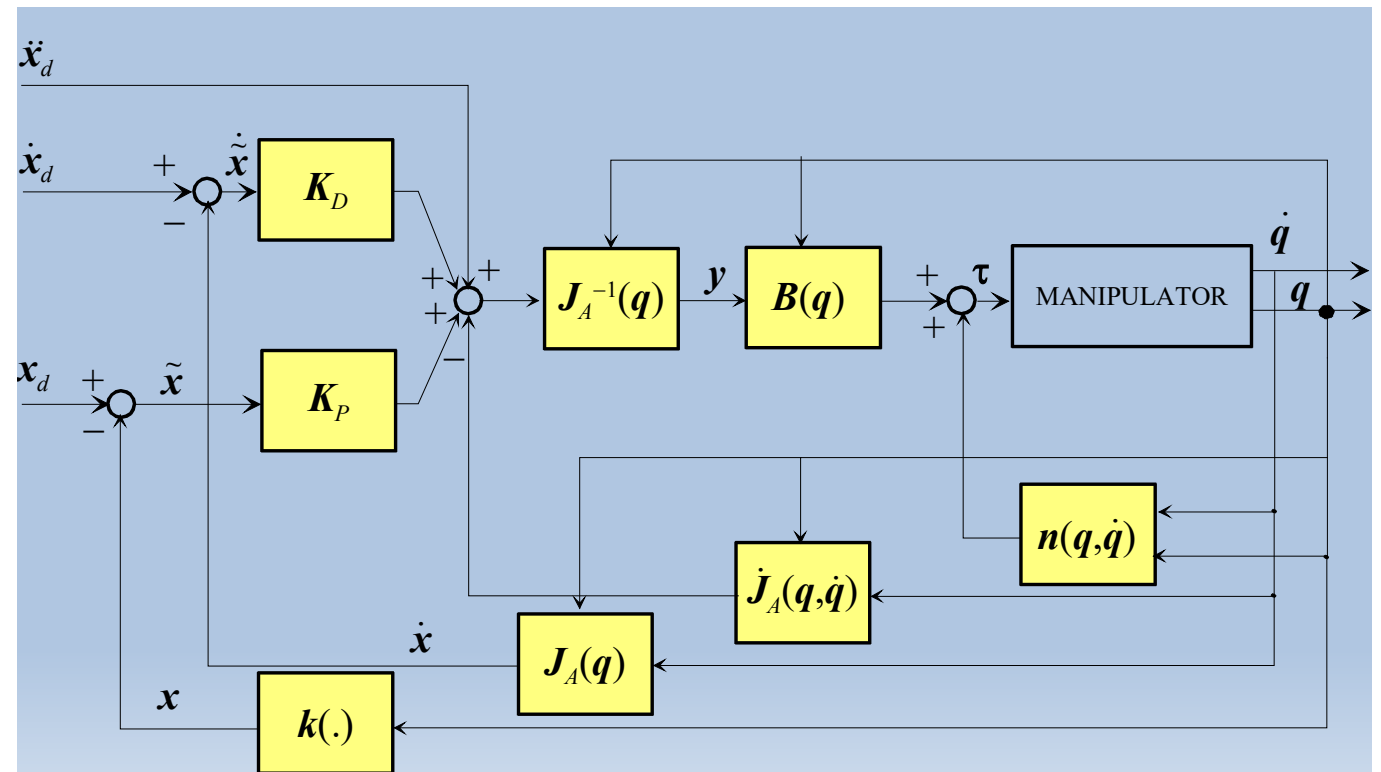
Controllo adattativo



Controllo del moto

Vi sono anche schemi di controllo in cui l'errore viene formato, almeno in linea di principio, nello spazio operativo

Controllo a dinamica inversa nello spazio operativo



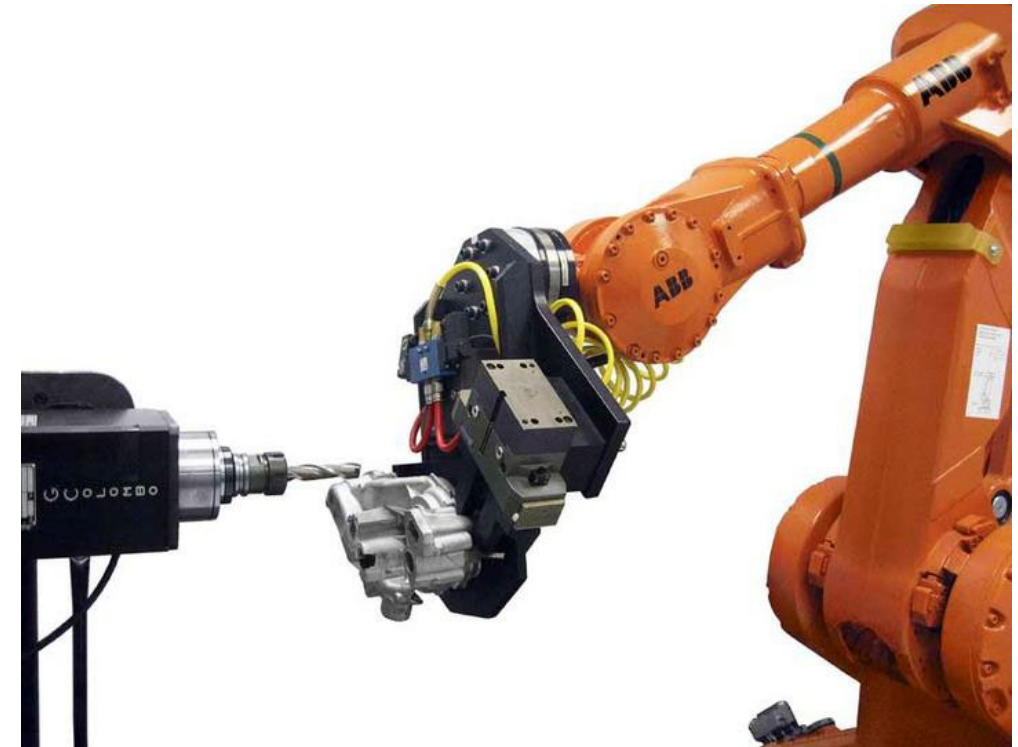
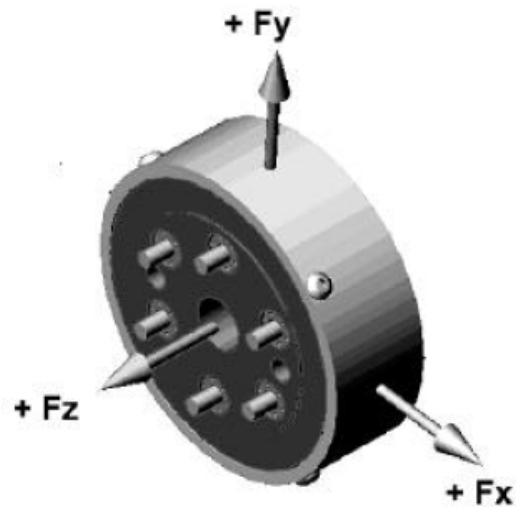
Controllo dell'interazione con l'ambiente

02

Controllo dell'interazione con l'ambiente

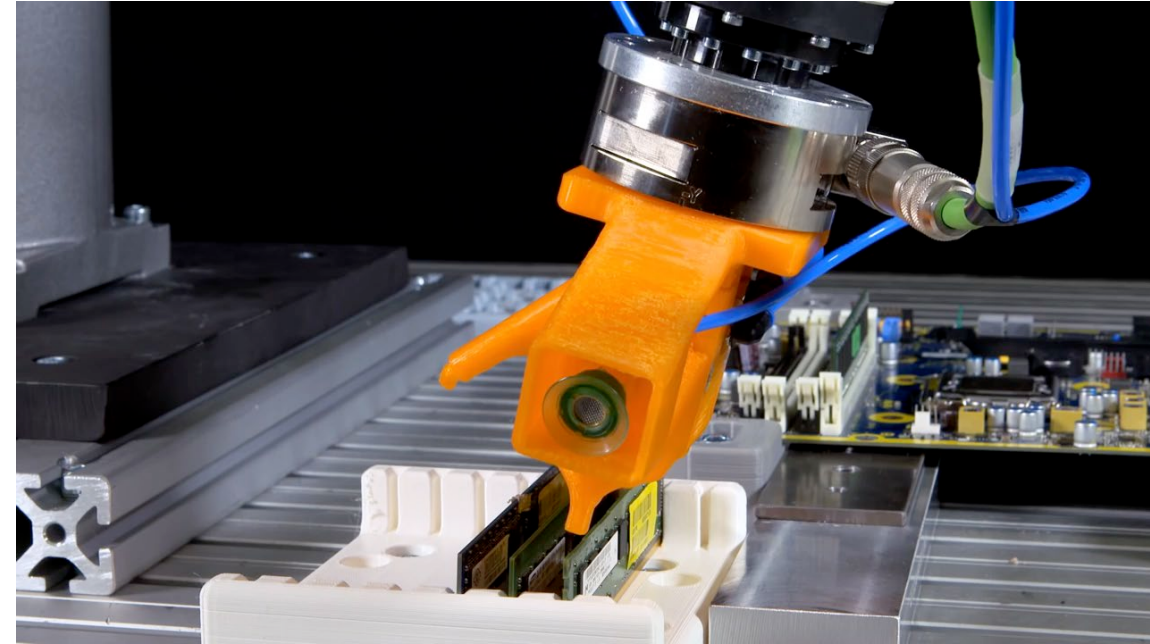
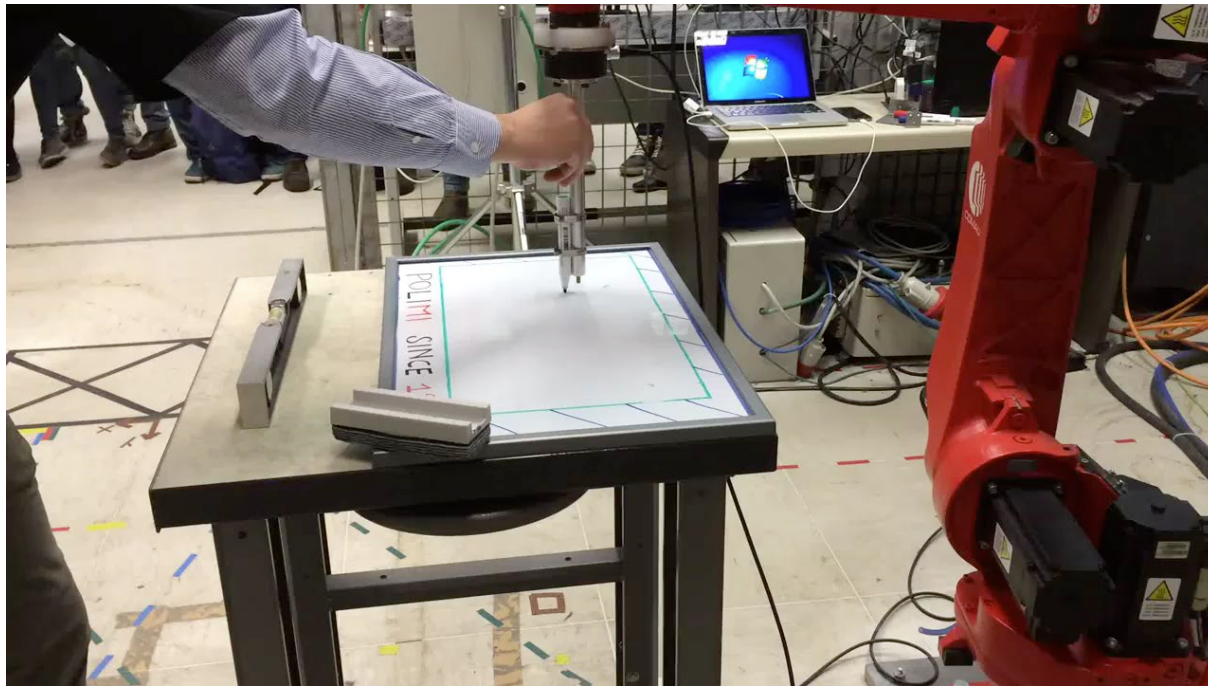
Il robot può interagire fisicamente con l'ambiente, scambiando forze con esso

Equipaggiando il robot con un **sensore di forza** all'end effector si possono controllare le forze di interazione con l'ambiente



Controllo dell'interazione con l'ambiente

Si possono allora realizzare applicazioni in cui il robot «sente» l'interazione con l'ambiente....



... e altre in cui si lascia guidare manualmente dall'utente

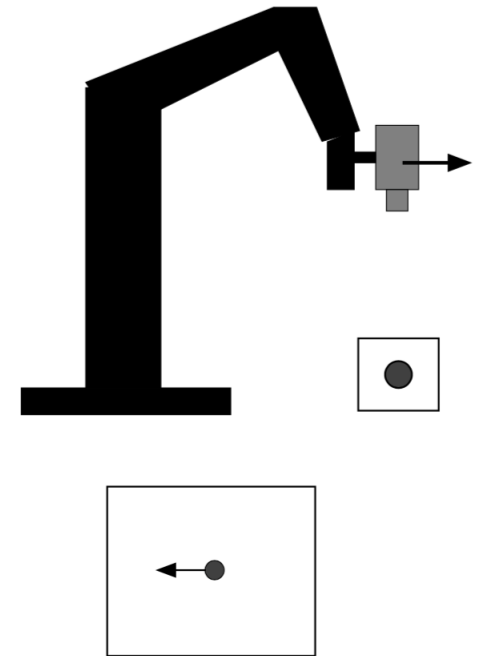
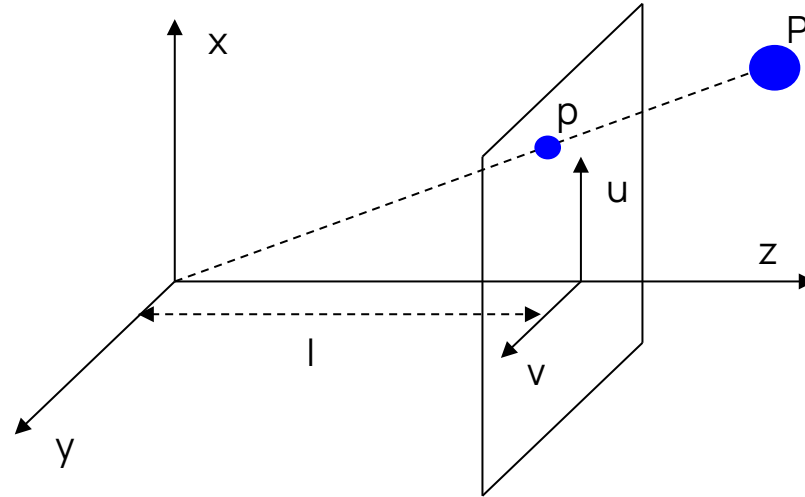
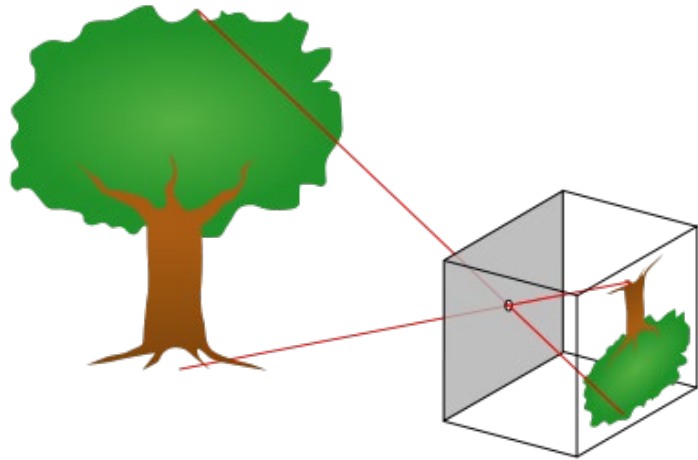
Controllo con sensori di visione

Al robot si può anche dare il senso della vista utilizzando **telecamere**



Controllo con sensori di visione

Per progettare un sistema di controllo robotico con uso di visione, occorre affrontare **alcuni problemi di natura geometrica** (essenzialmente consistenti nel legare l'immagine catturata dalla telecamera con la posizione degli oggetti inquadrati)



Robotica collaborativa, mobile e umanoide

03

Robotica collaborativa

- La **robotica collaborativa** è una delle frontiere più avanzate e di maggiore interesse della robotica industriale
- Prevede che uomo e robot lavorino in sicurezza fianco a fianco, compartecipando al processo produttivo

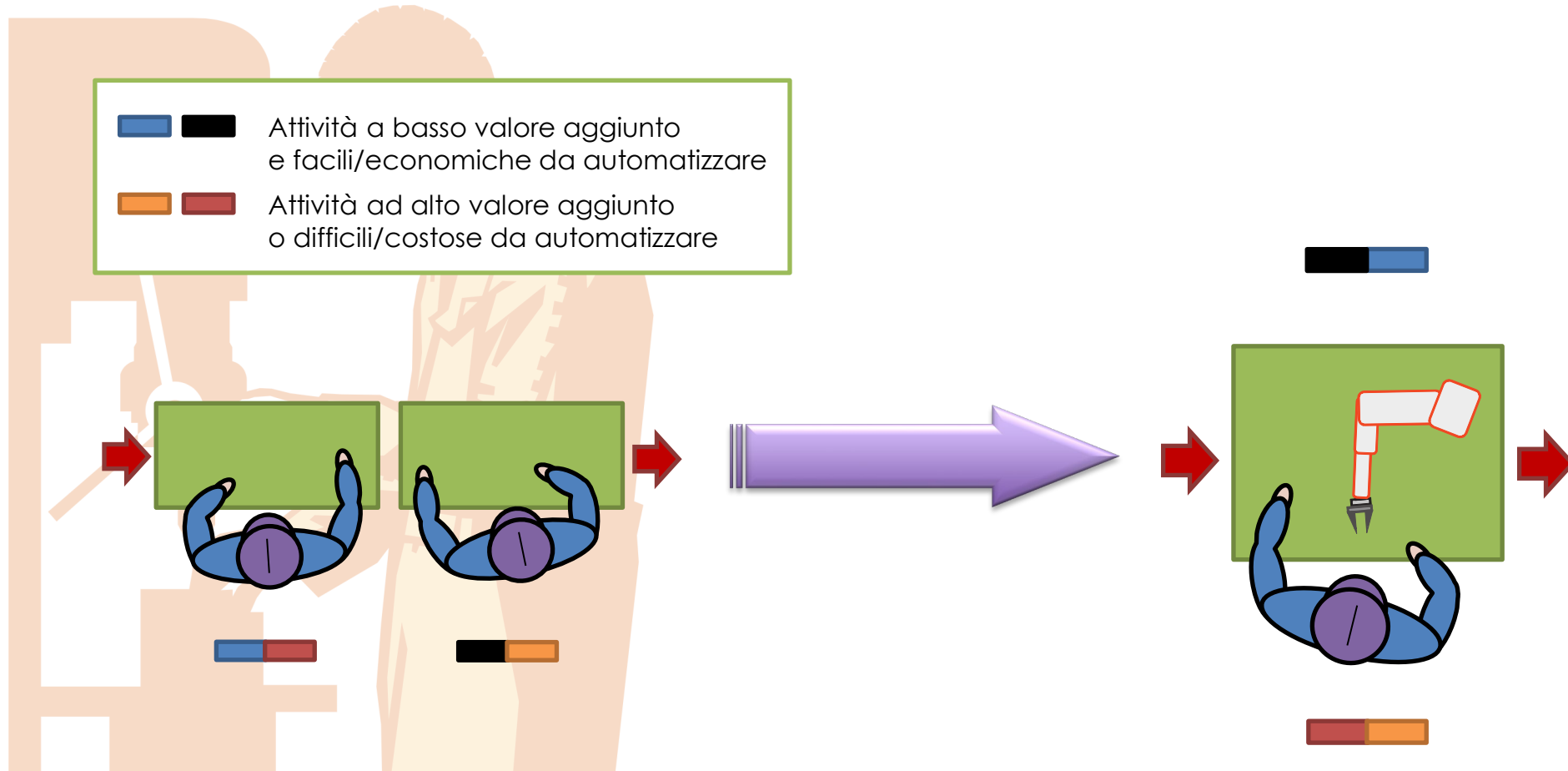


Fonte: Universal Robots

L'automazione collaborativa

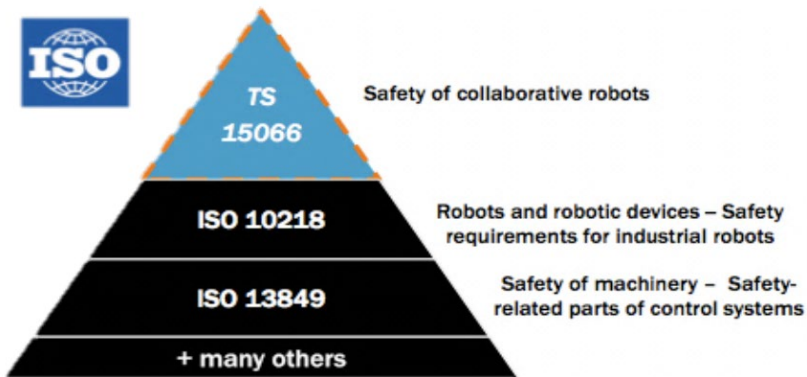


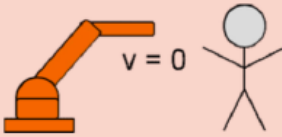
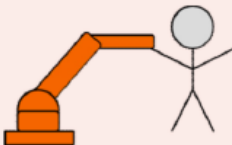
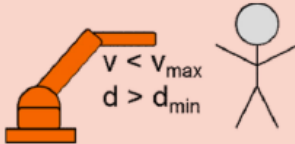
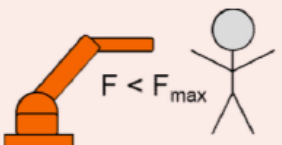
Assemblaggi collaborativi



Fonte: A.M. Zanchettin

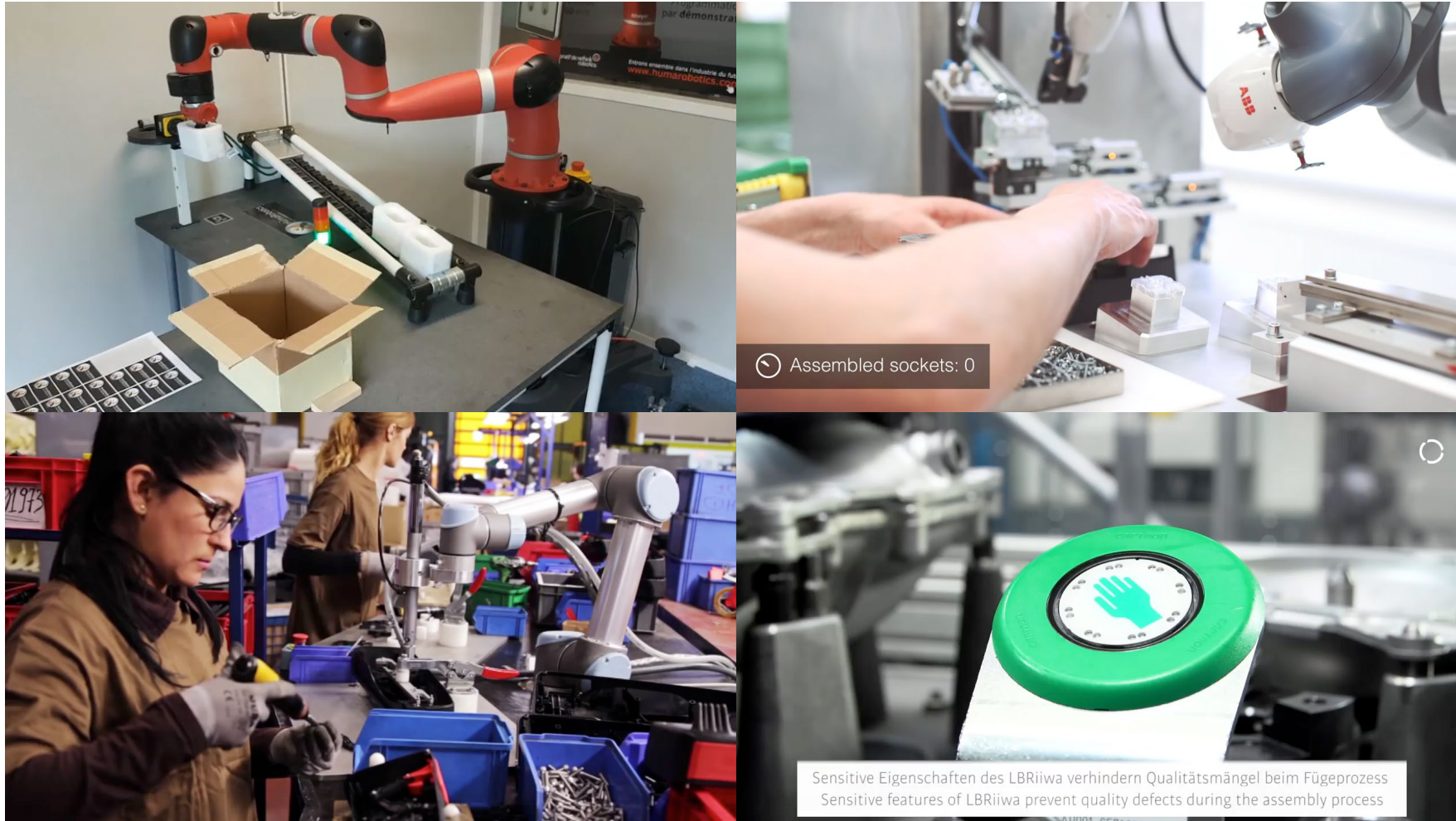
Normative di sicurezza



ISO 10218-1, clause	Type of collaborative operation	Main means of risk reduction	
5.10.2	Safety-rated monitored stop (Example: manual loading-station)	No robot motion when operator is in collaborative work space	
5.10.3	Hand guiding (Example: operation as assist device)	Robot motion only through direct input of operator	
5.10.4	Speed and separation monitoring (Example: replenishing parts containers)	Robot motion only when separation distance above minimum separation distance	
5.10.5	Power and force limiting by inherent design or control (Example: ABB YuMi® collaborative assembly robot)	In contact events, robot can only impart limited static and dynamics forces	

Fonte: ABB Corporate Research

Applicazioni di robotica collaborativa



Robotica mobile

I **robot mobili** trovano oggi una moltitudine di applicazioni



Robotica mobile

I robot mobili sono costituiti da:

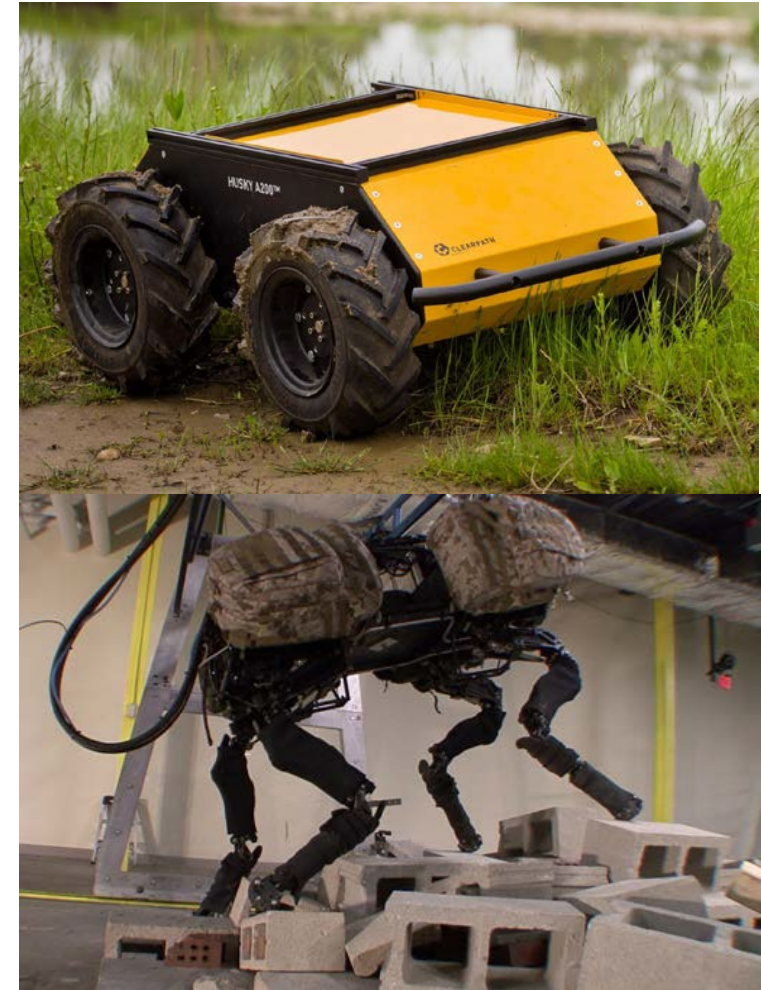
- Uno o più corpi rigidi (base o chassis)
- Un sistema di locomozione

Per i robot terrestri, i sistemi di locomozione sono:

- A ruote
- A gambe

Per la robotica mobile si pongono problemi simili alla robotica dei manipolatori:

- | | | |
|---------------------|----------------------------------|-----------------------------------|
| ▪ Cinematica | ▪ Pianificazione del moto | ▪ Percezione dell'ambiente |
| ▪ Dinamica | ▪ Controllo del moto | |



Robotica mobile

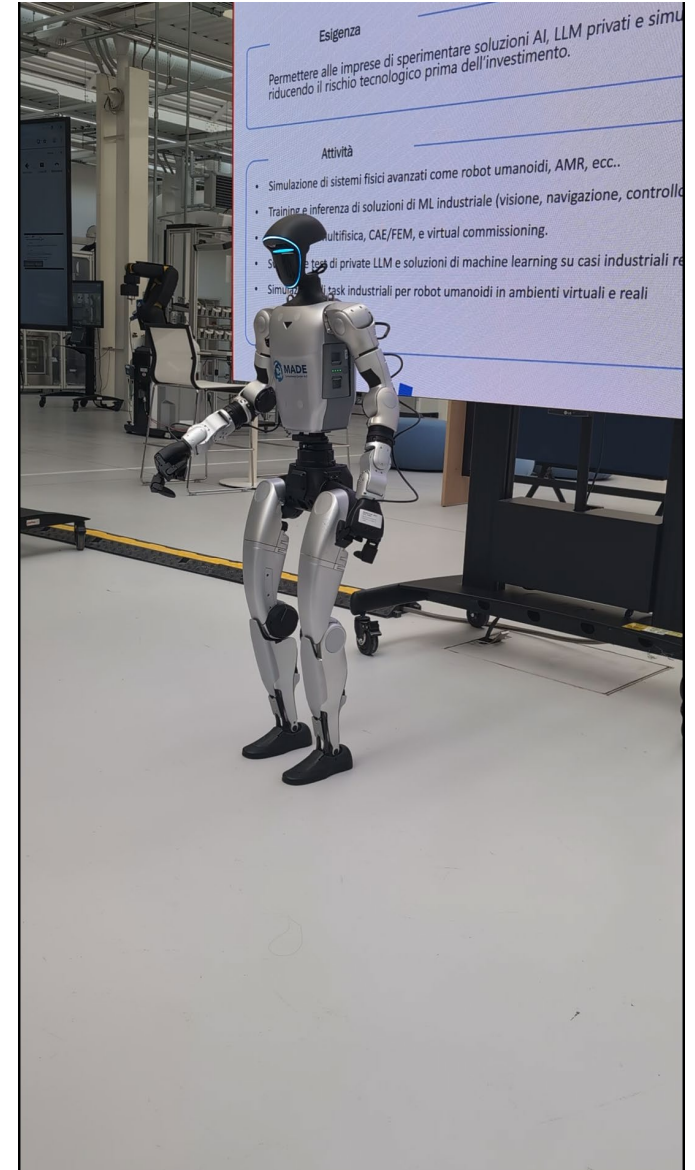
Una soluzione tecnologica di crescente interesse è la **manipolazione mobile**, in cui un braccio manipolatore è montato su una base mobile:



Si combinano i vantaggi della robotica manipolativa e della robotica mobile.

Robotica umanoide

Il primo umanoide disponibile al Politecnico (MADE):



Il laboratorio MERLIN

MEchatronics and Robotics Laboratory for INnovation

Attrezzature

- 5 robot collaborativi
- Telecamere
- Pinze
- Sensori vari

Persone

- 3 docenti
- 11 dottorandi
- 50+ tesisti/anno



merlin.deib.polimi.it
www.facebook.com/merlinpolimi
www.youtube.com/MERLINpolimi



Laurea Magistrale in Automation and Control Engineering

Primo anno, secondo semestre

- Control of robotic manipulators



Secondo anno, primo semestre

- Control of mobile robots
- Collaborative, intelligent and humanoid robotics
- Robotics laboratory



- Medical robotics



- Aerial robotics



Control of robotic manipulators

1. Robot dynamics
2. Advanced motion planning
3. Model-based control of robot manipulators
4. Control of the interaction with the environment
5. Control with vision sensors
6. Collaborative robotics (introduction)



Control of mobile robots

1. Kinematics of mobile robots
2. Dynamics of mobile robots
3. Path/trajectory planning
4. Trajectory tracking control
5. Mobile manipulation
6. Case study



Collaborative, intelligent and humanoid robotics

1. Collaborative robotics
2. Safety standards in collaborative robotics
3. Human-aware planning of motion
4. Robot learning
5. Telerobotics
6. Humanoid robotics



Robotics laboratory

1. Robot programming
2. Fingertip design and 3D printing
3. Calibration of EOAT (End of Arm Tooling)
4. Calibration of objects reference systems
5. Interfacing sensors and actuators
6. Synchronization between the robot and the process
7. Calibration of vision systems
8. Vision systems to locate parts



Medical robotics

1. History of medical robotics and taxonomy of medical robots
2. Design issues for robotics in healthcare
3. Minimally invasive surgery: vision and control
4. Interventional and continuum robots
5. Human robot interaction
6. Regulatory aspects, safety, ethical issues and certification



Aerial robotics

1. Introduction
2. Modeling
3. State Estimation
4. Control
5. Trajectory Generation
6. Physical Interaction
7. Advanced Topics





POLITECNICO
MILANO 1863

DIPARTIMENTO DI ELETTRONICA
INFORMAZIONE E BIOINGEGNERIA

Contatti

Paolo Rocco
paolo.rocco@polimi.it