

**POLITECNICO**  
MILANO 1863

# FONDAMENTI DI AUTOMATICA

A.A. 2022-2023

PROF. ROCCO

5 FEBBRAIO 2024 - APPELLO

COGNOME E NOME: \_\_\_\_\_

MATRICOLA: \_\_\_\_\_

FIRMA: \_\_\_\_\_

## Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **10** pagine (compresa la copertina). Firmare il frontespizio.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.



## Esercizio 1

Si consideri il sistema dinamico lineare invariante e a tempo continuo in forma di stato:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \\ y &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}u\end{aligned}$$

dove

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & 0 \\ \alpha & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0] \quad \mathbf{D} = 0$$

**Domanda 1.1** Si valuti per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  il sistema è asintoticamente stabile.

**Domanda 1.2** Si valuti per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  il sistema è completamente raggiungibile.

**Domanda 1.3** Si valuti per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  il sistema è completamente osservabile.

**Domanda 1.4** Si determini l'espressione della funzione di trasferimento per il sistema del presente esercizio, commentando il risultato alla luce di quanto trovato nei precedenti punti.

## Esercizio 2

Si consideri un sistema dinamico retroazionato negativamente, con funzione d'anello:

$$L(s) = \frac{100}{(s+10)(s^2+2s+1)}$$

**Domanda 2.1** Si tracci il diagramma polare di  $L(s)$ .

**Domanda 2.2** Si enunci il criterio di Nyquist.

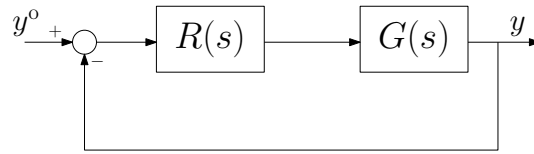
**Domanda 2.3** Sapendo che il margine di guadagno è  $k_m = 2.42$ , si studi la stabilità del sistema in anello chiuso usando il criterio di Nyquist.

**Domanda 2.4** Si calcoli il valore dell'uscita del sistema ad anello chiuso a transitorio esaurito  $y_\infty$ , a fronte dell'ingresso  $u = 11sca(t)$ .

$y_\infty =$
--------------

### Esercizio 3

Si consideri il seguente schema di controllo a tempo continuo



dove

$$G(s) = \frac{1}{s + 0.1} \quad R(s) = 10 \frac{s + 0.1}{s + 1}.$$

**Domanda 3.1** Con riferimento all'implementazione digitale del sistema di controllo, si dica se la scelta del valore di tempo di campionamento  $T_s = 0.15$  secondi risulta adeguata. Inoltre, si discuta se con l'implementazione digitale considerata, sia lecito aspettarsi significativi cambiamenti del tempo di assestamento dell'uscita  $y(t)$  a fronte di uno scalino del riferimento  $y^0(t)$ , rispetto a quanto atteso con il progetto a tempo continuo.

**Domanda 3.2** Si calcoli la funzione di trasferimento a tempo discreto del regolatore  $R^*(z)$ , utilizzando il metodo di Tustin e se ne discuta la stabilità.

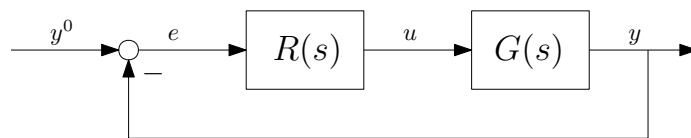
**Domanda 3.3** Si calcoli, utilizzando l'opportuno teorema, il valore iniziale della risposta allo scalino del regolatore  $R^*(z)$ . Quale proprietà di  $R^*(z)$  certifica che tale valore sia sicuramente diverso da zero?

**Domanda 3.4** Si scriva l'espressione dell'equazione alle differenze che implementa il regolatore  $R^*(z)$ .



## Esercizio 4

Si consideri il sistema di controllo schematizzato nella seguente figura.



dove

$$G(s) = 10 \frac{e^{-s}}{(1 + 0.1s)(1 + 0.01s)}$$

**Domanda 4.1** Si progetti un regolatore PID ideale in modo da soddisfare i seguenti requisiti:

1. l'errore a transitorio esaurito  $e_\infty$  sia nullo quando il riferimento è  $y^o = sca(t)$
2. il margine di fase  $\varphi_m \geq 60$
3. la pulsazione critica  $\omega_c$  sia la massima possibile

A conclusione del progetto, si riporti l'espressione del regolatore:

$R(s) =$

**Domanda 4.2** Si determini il tempo di assestamento della risposta del sistema in anello chiuso ad uno scalino unitario sul riferimento.

$$T_a =$$

**Domanda 4.3** Si scriva la legge di controllo nel dominio del tempo del controllore PID precedentemente indicato riportando esplicitamente il valore del tempo integrale e del tempo derivativo.

$$u(t) =$$

$$T_I =$$

$$T_D =$$