POLITECNICO
MILANO 1863

Fondamenti di Automatica

a.a. 2023-2024

Prof. Paolo Rocco

10 gennaio 2025 - Quarto appello

COGNOME E NOME: _____

MATRICOLA: _____

FIRMA: _____

Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **10** pagine (compresa la copertina). Firmare il frontespizio.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Esercizio 1

Si consideri il sistema dinamico non lineare invariante e a tempo continuo in forma di stato

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \sin\left(x_1 + \tfrac{\pi}{2}\right) - \sin(x_2) - x_1 \\ \dot{x}_2 &= x_1 - x_2 + u \\ y &= x_1 + x_2\end{aligned}$$

Domanda 1.1 Si ricavi uno stato di equilibrio del sistema in corrispondenza dell'ingresso $\bar{u} = \frac{\pi}{2}$.

$\bar{x}_1$:

$\bar{x}_2$:

$\bar{y}$:

Domanda 1.2 Si studi la stabilità del punto di equilibrio del sistema non lineare calcolato al punto precedente.

Domanda 1.3 Data la funzione di trasferimento del sistema linearizzato pari a

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

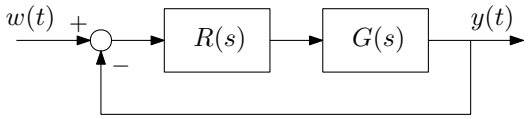
si tracci il diagramma polare corrispondente.

Domanda 1.4 Si scriva la risposta analitica $y(t)$ del sistema $G(s)$ a un ingresso pari a $u = \mathrm{e}^{-2t}$.

$y(t) =$

Esercizio 2

Si consideri il sistema dinamico mostrato nella seguente figura:



$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2(s-3)}$$

Domanda 2.1 Considerando $R(s) = \rho$, tracciare l'andamento del luogo delle radici diretto.

Domanda 2.2 Considerando ancora $R(s) = \rho$, tracciare l'andamento del luogo delle radici inverso.

Domanda 2.3 Si discuta la stabilità del sistema al variare del parametro ρ

Domanda 2.4 Si consideri ora l'impiego di un regolatore $R(s)$ con la seguente struttura:

$$R(s) = \rho \frac{(s+1)^2}{(s+\alpha)^2}$$

dove $\alpha > 0$ è un parametro reale positivo. Si discuta, senza svolgere calcoli, se è possibile determinare una coppia di valore α e ρ, per cui il sistema in anello chiuso sia asintoticamente stabile.

Esercizio 3

Si consideri il sistema lineare tempo-invariante a tempo discreto descritto dalla seguente equazione alle differenze:

$$y(k) - 0.5y(k-1) = u(k) + 0.25u(k-1)$$

Domanda 3.1 Determinare la funzione di trasferimento $G(z)$ del sistema. Si verifichi che la sua struttura sia quella di un sistema non strettamente proprio e si calcoli il guadagno statico $\mu_{statico}$ del sistema.

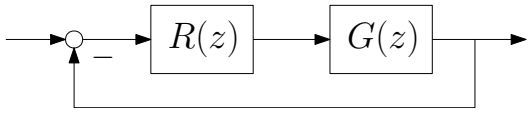
$\mu_{statico} =$

Domanda 3.2 Si discuta la stabilità del sistema.

Domanda 3.3 Calcolare i primi 3 ($k = 0, 1, 2$) campioni della risposta del sistema all'ingresso $u(k) = 2^k$.

$y(0) =$	$y(1) =$	$y(2 =)$

Domanda 3.4 Considerando lo schema a blocchi con retroazione negativa mostrato in figura



$$R(z) = \frac{\kappa}{z + 0.25}$$

con κ parametro reale, si discuta per quali valori del parametro κ il sistema retroazionato risulta asintoticamente stabile.

Esercizio 4

Si consideri il sistema di controllo schematizzato nella Figura 1

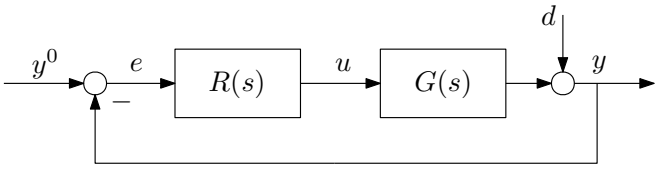


Figura 1: Sistema di controllo.

dove

$$G(s) = \frac{100\left(1 - \frac{s}{50}\right)}{1 + 0.01s}$$

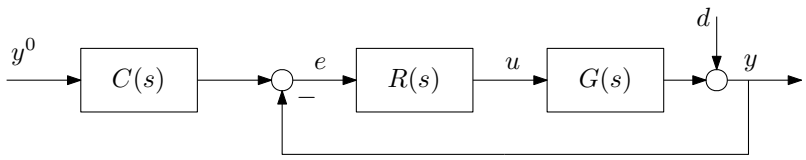
Domanda 4.1 Si progetti il regolatore $R(s)$ in modo da soddisfare i seguenti requisiti:

1. l'errore a transitorio esaurito sia $|e_\infty| \leq 0.02$ quando $y^\circ = \mathrm{ram}(t)$;
2. il margine di fase sia $\varphi_m \geq 60°$;
3. il disturbo $d = \sin(\omega t)$, $\omega \leq 1$ rad/s sia attenuato in ampiezza sull'uscita di un fattore almeno 10;
4. la pulsazione critica $\omega_c \geq 10$ rad/s.

A conclusione del progetto, si riporti l'espressione del regolatore:

$R(s) =$

Domanda 4.2 Si consideri ora lo schema di controllo con compensatore del riferimento, mostrato nella seguente figura.



Si scriva una possible espressione del compensatore $C(s)$ che consenta di triplicare la banda passante della funzione di trasferimento da y^0 a y.

$C(s) =$