



POLITECNICO
MILANO 1863

FONDAMENTI DI AUTOMATICA

A.A. 2022-2023

PROF. ROCCO

15 GENNAIO 2024 - APPELLO

COGNOME E NOME: _____

MATRICOLA: _____

FIRMA: _____

Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **10** pagine (compresa la copertina). Firmare il frontespizio.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Esercizio 1

Si consideri l'oscillatore armonico in Figura 1,

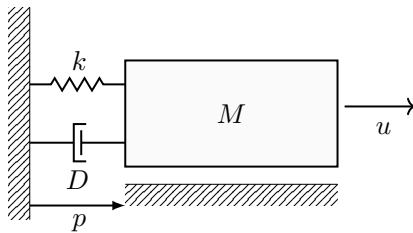


Figura 1: Oscillatore armonico.

dove $D > 0$ è la costante di smorzamento, mentre la forza di richiamo elastico è proporzionale al cubo della posizione, cioè kp^3 , dove $k > 0$ è la costante elastica.

Domanda 1.1 Ponendo $M = 1$, $D = 2$ e $k = \frac{1}{3}$, si scrivano le equazioni in spazio di stato del sistema dinamico che descrive l'oscillatore armonico con ingresso u e uscita $y = p$.

$$\dot{x}_1 =$$

$$\dot{x}_2 =$$

$$y =$$

Domanda 1.2 Si ricavi lo stato di equilibrio in corrispondenza dell'ingresso costante $u = \bar{u} = \frac{1}{3}$, e se ne studi la stabilità.

$$\bar{x}_1 =$$

$$\bar{x}_2 =$$

$$\bar{y} =$$

Domanda 1.3 Sapendo che la funzione di trasferimento del sistema linearizzato attorno al punto di equilibrio trovato precedentemente è

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1}$$

si indichi se il sistema linearizzato è completamente raggiungibile e/o osservabile, motivandone la risposta.

Domanda 1.4 Considerando l'espressione della funzione di trasferimento $G(s)$, si ricavi l'espressione analitica della risposta $y(t)$ quando $u(t) = sca(t)$.

$y(t) =$

Esercizio 2

Si consideri un sistema dinamico retroazionato negativamente, con funzione d'anello:

$$L(s) = \mu \frac{8(s-1)}{s(s+8)(s+1)}$$

Domanda 2.1 Tracciare il luogo delle radici *diretto*.

Domanda 2.2 Tracciare il luogo delle radici *inverso*.

Domanda 2.3 Indicare per quali valori del parametro μ il sistema in anello chiuso risulta asintoticamente stabile.

$\rho :$

Domanda 2.4 Si verifichi il risultato precedentemente trovato, utilizzando il criterio di Routh.

Esercizio 3

Si consideri il sistema a tempo discreto descritto dalle seguenti equazioni alle differenze:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_2(k) \\ x_2(k+1) = x_1(k) + x_2(k) + u(k) \\ y(k) = x_1(k) + x_2(k) \end{cases}$$

Domanda 3.1 Si ricavi lo stato di equilibrio del sistema in corrispondenza dell'ingresso costante $\bar{u} = 0$.

$$\bar{x}_1 =$$

$$\bar{x}_2 =$$

$$\bar{y} =$$

Domanda 3.2 Si scrivano le matrici A, B, C, D del sistema e se ne ricavi la funzione di trasferimento $G(z)$.

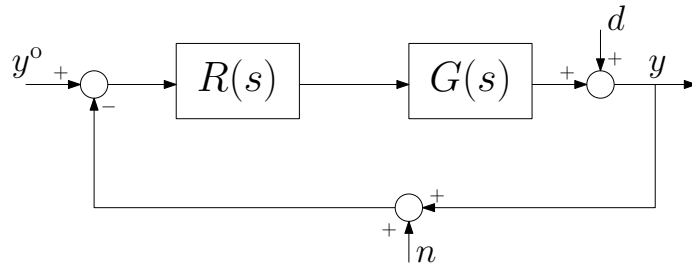
$$G(z) =$$

Domanda 3.3 Si studi la stabilità del sistema rappresentato dalla funzione di trasferimento $G(z)$.

Domanda 3.4 Si determinino, facendo uso degli appositi teoremi, il valore iniziale e, se possibile, il valore finale della risposta di $G(z)$ allo scalino unitario.

Esercizio 4

Si consideri il sistema di controllo schematizzato nella seguente figura.



dove

$$G(s) = \frac{0.1}{1+s}$$

Domanda 4.1 Si progetti un regolatore in modo da soddisfare i seguenti requisiti:

1. il modulo dell'errore a transitorio esaurito sia $|e_\infty| \leq 0.1$ quando $d = \text{sca}(t)$
2. il disturbo $n(t) = \sin(\bar{\omega}t)$, con $\bar{\omega} \geq 20$ rad/s, sia attenuato a regime, sull'uscita y , di un fattore almeno pari a 10
3. pulsazione critica $\omega_c \geq 1$ rad/s
4. margine di fase $\varphi_m \geq 70^\circ$ rad/s

A conclusione del progetto, si riporti l'espressione del regolatore:

$R(s) =$

Domanda 4.2 Si disegni lo schema a blocchi del sistema di controllo del presente esercizio comprensivo di un compensatore del riferimento y^0 .

Domanda 4.3 Se come compensatore di riferimento si adotta una semplice costante c , se ne determini il valore in modo che, quando $d(t) = n(t) = 0$, l'uscita a transitorio esaurito coincida con il valore del riferimento $y^0 = sca(t)$