



POLITECNICO
MILANO 1863

FONDAMENTI DI AUTOMATICA

A.A. 2023-2024

PROF. PAOLO ROCCO

10 SETTEMBRE 2024 - TERZO APPELLO

COGNOME E NOME: _____

MATRICOLA: _____

FIRMA: _____

Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **10** pagine (compresa la copertina). Firmare il frontespizio.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Esercizio 1

Si consideri il sistema dinamico non lineare invariante e a tempo continuo in forma di stato

$$\dot{x}_1 = -e^{3x_1} + 0.5u$$

$$\dot{x}_2 = -x_2^3 + 0.5u$$

$$y = x_1 + x_2$$

Domanda 1.1 Si ricavi lo stato di equilibrio del sistema in corrispondenza dell'ingresso $\bar{u} = 2$.

\bar{x}_1 :

\bar{x}_2 :

\bar{y} :

Domanda 1.2 Si determinino le matrici A, B, C, D che descrivono il sistema linearizzato intorno allo stato di equilibrio calcolato al punto precedente e si calcoli la corrispondente funzione di trasferimento $G(s)$.

$G(s) =$

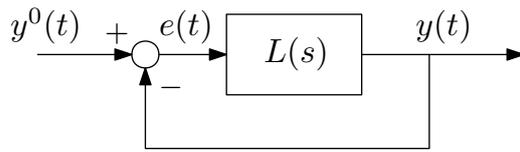
Domanda 1.3 Si valuti se il sistema linearizzato trovato al punto precedente è completamente osservabile e/o raggiungibile e si commenti la risposta alla luce della funzione di trasferimento trovata.

Domanda 1.4 Si scriva la risposta analitica $y(t)$ del sistema $G(s)$ a uno scalino di ampiezza unitaria.

$y(t) =$

Esercizio 2

Si consideri il sistema dinamico mostrato nella seguente figura:



$$L(s) = \rho \frac{s - 1}{(s + 4)^2 (s + 3)}$$

Domanda 2.1 Tracciare l'andamento del luogo delle radici diretto.

Domanda 2.2 Tracciare l'andamento del luogo delle radici inverso.

Domanda 2.3 Calcolare il valore massimo positivo del parametro $\rho_1 > 0$ oltre il quale la stabilità del sistema in anello chiuso non è più verificata e **un** valore finito negativo del parametro ($\rho_2 < 0$) per il quale il sistema retroazionato risulta instabile.

$$\rho_1 =$$

$$\rho_2 =$$

Domanda 2.4 Applicando il criterio di Routh al polinomio caratteristico in anello chiuso, si verifichi quanto indicato al punto precedente.

Esercizio 3

Domanda 3.1 Si consideri il sistema a tempo discreto descritto dalla seguente equazione alle differenze

$$y(k) = 0.5y(k-1) - 0.125y(k-2) + u(k-1) - 0.5u(k-2)$$

Si calcoli, se esiste, l'uscita di equilibrio $y(k) = \bar{y}, \forall k$, del sistema quando l'ingresso è costante e pari a $u(k) = \bar{u} = 1$.

$\bar{y} =$

Domanda 3.2 Si ricavi la funzione di trasferimento $G(z)$ del sistema e si chiarisca, giustificando la risposta, se il sistema risulta essere strettamente proprio oppure no, e se è possibile riscontrare questa proprietà anche nell'espressione dell'equazione alle differenze.

$G(z) =$

Domanda 3.3 Si studi la stabilità del sistema rappresentato dalla funzione di trasferimento $G(z)$.

Domanda 3.4 Calcolare i primi 4 campioni della risposta all'impulso di $G(z)$.

$y(0) =$	$y(1) =$	$y(2) =$	$y(3) =$
----------	----------	----------	----------

Esercizio 4

Si consideri il sistema di controllo schematizzato nella Figura 1

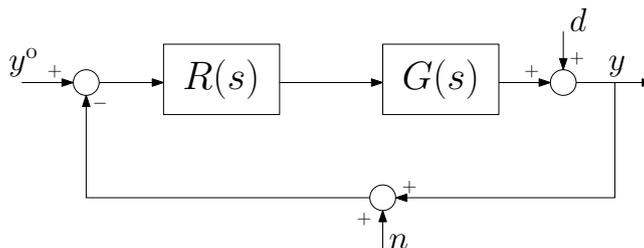


Figura 1: Sistema di controllo.

dove

$$G(s) = \frac{10e^{-0.1s}}{(s+1)(1+0.1s)}$$

Domanda 4.1 Si progetti un regolatore di tipo PI in modo da soddisfare i seguenti requisiti:

1. l'errore a transitorio esaurito sia nullo quando $y^o = sca(t)$;
2. il margine di fase sia $\varphi_m \geq 70^\circ$;
3. la pulsazione critica $\omega_c \geq 1$ rad/s.

A conclusione del progetto, si riporti l'espressione del regolatore:

$R(s) =$

Domanda 4.2 Si scriva la legge di controllo nel dominio del tempo del controllore PI precedentemente indicato riportando esplicitamente il valore del guadagno proporzionale e del guadagno integrale.

$$\begin{aligned} u(t) = \\ K_P = \\ K_I = \end{aligned}$$

Domanda 4.3 Dato il controllore progettato, si verifichi, motivando la risposta, che il disturbo $d = \sin(\omega t)$, $\omega \leq 0.01$ rad/s sia attenuato in ampiezza sull'uscita di un fattore almeno 100, e il disturbo $n = \sin(\omega t)$, $\omega \geq 50$ rad/s sia attenuato in ampiezza sull'uscita di un fattore almeno 10.