



POLITECNICO
MILANO 1863

FONDAMENTI DI AUTOMATICA

A.A. 2022-2023

PROF. ROCCO

5 SETTEMBRE 2023 - APPELLO

COGNOME E NOME: _____

MATRICOLA: _____

FIRMA: _____

Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **10** pagine (compresa la copertina). Firmare il frontespizio.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Esercizio 1

Si consideri il circuito elettrico in Figura 1

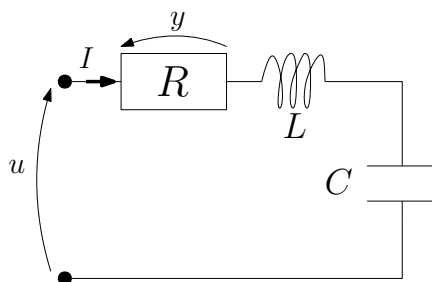


Figura 1: Circuito elettrico.

dove $L > 0$ e $C > 0$ sono l'induttanza e la capacità dell'induttore e del condensatore, rispettivamente, mentre il blocco R è una resistenza nonlineare la cui tensione y è legata alla corrente I dall'espressione $y = I^3 + \alpha I$.

Domanda 1.1 Si scrivano le equazioni in spazio di stato del sistema dinamico con ingresso u e uscita y , che descrive il circuito elettrico.

$\dot{x}_1 =$ $\dot{x}_2 =$ $y =$

Domanda 1.2 Si ricavi lo stato di equilibrio in corrispondenza dell'ingresso costante $\bar{u} = 5$.

$\bar{x}_1 =$ $\bar{x}_2 =$ $\bar{y} =$

Domanda 1.3 Si determinino le matrici A, B, C, D che descrivono il sistema linearizzato intorno allo stato di equilibrio calcolato al punto precedente, e si valuti per quali valori del parametro α l'equilibrio è asintoticamente stabile.

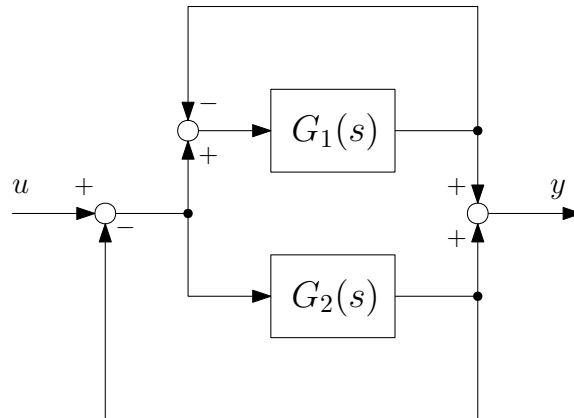
α :

Domanda 1.4 Ponendo $L = C = 1$ e $\alpha = 2$ si determini l'espressione della funzione di trasferimento per il sistema linearizzato precedentemente trovato.

$G(s) =$

Esercizio 2

Si consideri lo schema a blocchi rappresentato nella seguente figura, dove $G_1(s)$ e $G_2(s)$ sono le funzioni di trasferimento di due sistemi LTI.



Domanda 2.1 Calcolare l'espressione $G(s)$ della funzione di trasferimento tra u e y , in funzione di $G_1(s)$ e $G_2(s)$.

$G(s) =$

Domanda 2.2 Si discuta la stabilità dello schema a blocchi complessivo, in funzione delle proprietà di stabilità delle funzioni di trasferimento $G_1(s)$ e $G_2(s)$.

Domanda 2.3 Sapendo che quando $G_1(s) = G_2(s) = \frac{1}{s+\alpha}$, con α parametro reale, la funzione di trasferimento $G(s)$ vale

$$G(s) = \frac{2s + 2\alpha + 1}{s^2 + (2 + 2\alpha)s + (\alpha + 1)^2},$$

si trovino, se possibile, i valori del parametro α per cui la variabile $y(t)$ si assesta al valore $y_\infty = -3$, a fronte di uno scalino unitario di $u(t)$.

$\alpha :$

Domanda 2.4 Considerando $\alpha = 0$, si spieghi se $G(s)$ risulta essere un sistema a fase minima.

Esercizio 3

Si consideri il sistema di controllo a tempo continuo schematizzato nella Figura 2

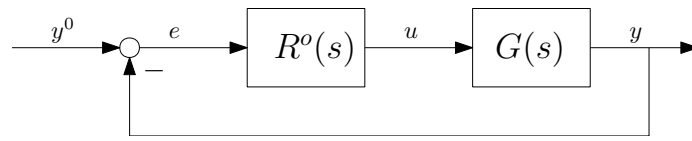


Figura 2: Sistema di controllo.

dove

$$R^o(s) = \frac{1+s}{s} \quad \text{e} \quad G(s) = \frac{30}{(s+1)(s+10)}$$

Domanda 3.1 Si determini un valore adeguato del tempo di campionamento T_C .

$T_C =$

Domanda 3.2 Si ricavi, adottando la trasformazione di Tustin (del trapezio), la funzione di trasferimento $R^*(z)$ del corrispondente regolatore digitale.

$R^*(z) =$

Domanda 3.3 Considerando il regolatore digitale $R^*(z)$ trovato al punto precedente si scriva l'equazione alle differenze che lega $u^*(k)$ e $e^*(k)$, esplicitando il procedimento seguito per ottenerla.

$$u^*(k) =$$

Domanda 3.4 Calcolare i primi 5 campioni della risposta all'impulso di $R^*(z)$.

$$u(0) = \quad u(1) = \quad u(2) = \quad u(3) = \quad u(4) =$$

Esercizio 4

Si consideri il sistema di controllo schematizzato nella Figura 3

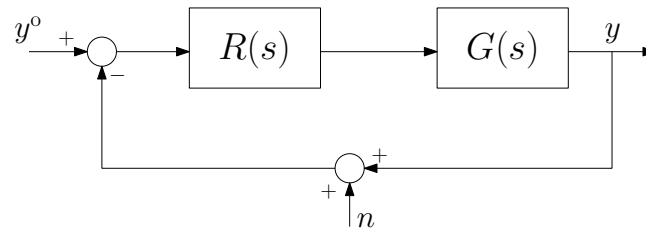


Figura 3: Sistema di controllo.

dove

$$G(s) = 10 \frac{1 + 0.3s}{(s + 1)^2}$$

Domanda 4.1 Si determini la funzione di trasferimento $R(s)$ del regolatore in modo tale che:

1. con riferimento $y^o(t) = 10sca(t)$ e in assenza del disturbo n , l'errore $e(t) = y^o(t) - y(t)$ soddisfi la limitazione, a transitorio esaurito, $|e_\infty| < 0.15$;
2. Il disturbo $n(t) = \sin(\bar{\omega}t)$, con $\bar{\omega} \geq 3$ rad/s, sia attenuato sull'uscita y di un fattore almeno pari a 100;
3. Il margine di fase φ_m sia maggiore o uguale di 80° ;
4. La pulsazione critica ω_c sia maggiore o uguale di 0.1 rad/s.

A conclusione del progetto, si riporti l'espressione del regolatore:

$R(s) =$

Domanda 4.2 Si consideri ora la funzione di trasferimento $G(s)$ del punto precedente caratterizzata da un ritardo di 2 s. Mantenendo valido il regolatore progettato al punto precedente, si scriva la nuova espressione della funzione d'anello $L(s)$ comprensiva del ritardo, e si calcoli il nuovo margine di fase.

$$L(s) =$$

$$\varphi_m =$$