



POLITECNICO
MILANO 1863

FONDAMENTI DI AUTOMATICA

A.A. 2023-2024

PROF. ROCCO

15 APRILE 2024 - PRIMA PROVA IN ITINERE

COGNOME E NOME: _____

MATRICOLA: _____

FIRMA: _____

Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **8** pagine (compresa la copertina). Firmare il frontespizio.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Esercizio 1

Si consideri il seguente sistema dinamico non lineare tempo invariante in forma di stato:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -2x_2 + u \\ \dot{x}_2 &= 1 + \alpha \sin(x_1) - x_3 \\ \dot{x}_3 &= 1 + x_1 - x_3^2 \\ y &= x_3\end{aligned}$$

Domanda 1.1 Si determinino uno stato e un'uscita di equilibrio corrispondenti all'ingresso costante $u = \bar{u} = 0$.

Domanda 1.2 Si discuta, al variare di α , la stabilità dello stato di equilibrio precedentemente determinato.

Domanda 1.3 Posto $\alpha = 1$, si determini la funzione di trasferimento del sistema linearizzato trattato al punto precedente.

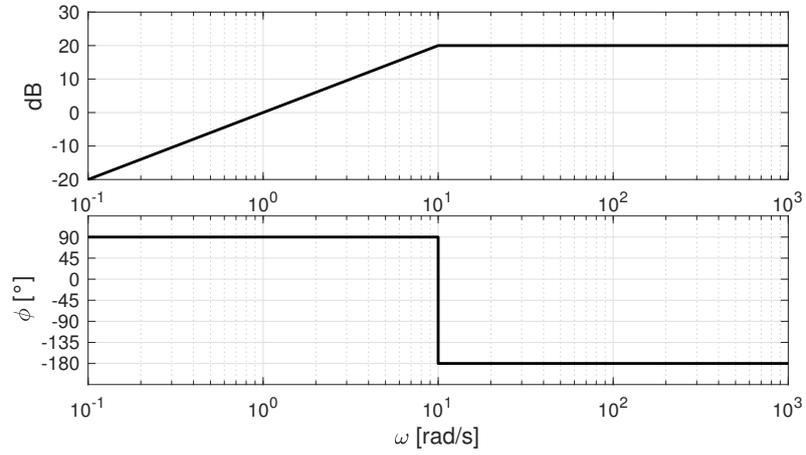
Domanda 1.4 Si determini il guadagno statico della funzione di trasferimento calcolata al punto precedente. A che valore tende la risposta di tale funzione di trasferimento a uno scalino di ampiezza 5?

Esercizio 2

Si consideri il sistema dinamico lineare tempo invariante con funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{\mu}{s^g} \cdot \frac{\tau s + 1}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + 0.5 \frac{s}{\omega_n} + 1},$$

i cui diagrammi di Bode asintotici sono rappresentati nella seguente figura.



Domanda 2.1 Sfruttando i diagrammi di Bode di $G(s)$ si ricavano i valori dei parametri μ, τ, g e ω_n

Domanda 2.2 Si tracci il diagramma polare qualitativo di $G(s)$.

Domanda 2.3 Si calcolino, se possibile, il valore iniziale $y(0)$ e finale $y(t \rightarrow \infty)$ della risposta del sistema all'ingresso $u(t) = e^{2t}$ usando i relativi teoremi.

Domanda 2.4 Utilizzando il teorema della risposta in frequenza e l'espressione di $G(s)$ si calcoli, se possibile, l'ampiezza dell'uscita asintotica del sistema a fronte dell'ingresso $u(t) = \sin(10t)$. Si discuta per quale motivo tale ampiezza non corrisponde a quella ricavabile direttamente dai diagrammi di Bode asintotici della risposta in frequenza sopra riportati.

Esercizio 3

Si consideri lo schema a blocchi rappresentato in Figura 1.

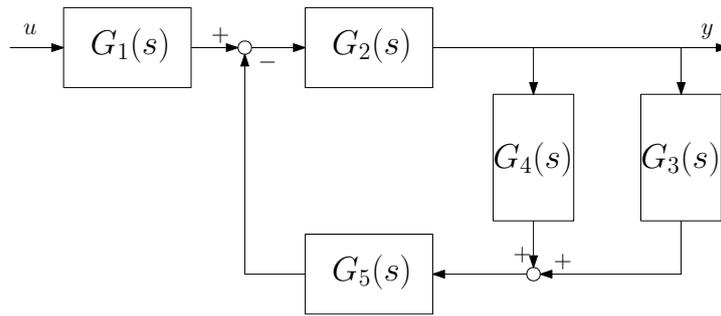


Figura 1: Schema a blocchi.

Domanda 3.1 Si calcoli la funzione di trasferimento $G(s)$ tra le variabili d'ingresso u e d'uscita y dello schema.

$$G(s) =$$

Domanda 3.2 Si spieghi se è necessario e/o sufficiente che una o più delle funzioni di trasferimento $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$, $G_4(s)$ e $G_5(s)$ sia asintoticamente stabile perché lo sia il sistema nel suo complesso.

Domanda 3.3 Assumendo che le funzioni di trasferimento $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$, $G_4(s)$ e $G_5(s)$ siano tutte del primo ordine e la funzione di trasferimento complessiva da u a y sia

$$G(s) = \frac{2}{(s+1)(s+5)}$$

si discuta, motivando la risposta, se il sistema è completamente osservabile e/o raggiungibile.

Domanda 3.4 Considerando la funzione di trasferimento complessiva $G(s)$ del punto precedente, si calcoli la risposta analitica del sistema $y(t)$ a fronte dell'ingresso $u = 0.5\text{sca}(t)$.

$y(t) =$