



POLITECNICO
MILANO 1863

FONDAMENTI DI AUTOMATICA

A.A. 2023-2024

PROF. PAOLO ROCCO

11 GIUGNO 2024 - PRIMO APPELLO

COGNOME E NOME: _____

MATRICOLA: _____

FIRMA: _____

Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **10** pagine (compresa la copertina). Firmare il frontespizio.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Esercizio 1

Si consideri il sistema dinamico non lineare tempo invariante descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1 u^2 + x_1(x_2 - 1) + u \\ \dot{x}_2 &= x_1 \sin(u) - \alpha x_2 + x_2 u \\ y &= \sin(x_1 + x_2)\end{aligned}$$

dove α è un parametro reale non nullo.

Domanda 1.1 Fissato il valore dell'ingresso $u(t) = \bar{u} = 0$, si calcoli lo stato e l'uscita di equilibrio del sistema.

$$\bar{x}_1 =$$

$$\bar{x}_2 =$$

$$\bar{y} =$$

Domanda 1.2 Si calcoli la matrice \mathbf{A} del sistema linearizzato, verificandone la struttura diagonale, e la si utilizzi per discutere la stabilità del punto di equilibrio precedentemente individuato in funzione di α .

Domanda 1.3 Ponendo $\alpha = 1$, si calcoli la funzione di trasferimento del sistema linearizzato in corrispondenza dell'equilibrio trovato.

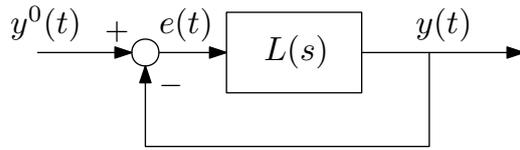
Domanda 1.4 Considerando la funzione di trasferimento trovata al punto precedente, si ricavi il valore finale della risposta a uno scalino di ampiezza 30 e il tempo di assestamento.

$$y_{\infty} =$$

$$t_a =$$

Esercizio 2

Si consideri il sistema dinamico mostrato nella seguente figura:



$$L(s) = \rho \frac{s}{(s+3)^3}$$

Domanda 2.1 Tracciare il luogo delle radici diretto.

Domanda 2.2 Tracciare il luogo delle radici inverso.

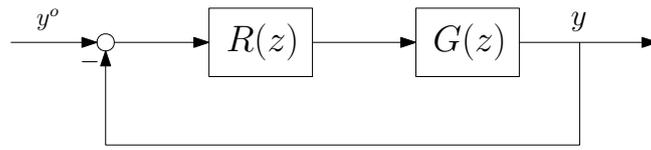
Domanda 2.3 Indicare per quali valori del parametro ρ il sistema in anello chiuso risulta asintoticamente stabile.

ρ :

Domanda 2.4 Per i valori di ρ per cui il sistema in anello chiuso è asintoticamente stabile, si valuti l'errore a transitorio esaurito (e_∞) a fronte di un riferimento a scalino $y^o(t) = A \text{sca}(t)$. Quale proprietà di $L(s)$ giustifica il risultato ottenuto?

Esercizio 3

Si consideri il seguente schema di controllo digitale



dove α è un parametro reale, $R(z) = \frac{0.5\alpha z}{z - 0.1}$ è la funzione di trasferimento a tempo discreto che implementa il regolatore, mentre $G(z) = \frac{z - 0.1}{z^2 + 2z}$ è il sistema dinamico a tempo discreto da controllare.

Domanda 3.1 Si calcoli per quali valori di α il sistema in anello chiuso è asintoticamente stabile.

$\alpha:$

Domanda 3.2 Ponendo $\alpha = -5$, si calcolino i primi 4 campioni della risposta all'impulso del sistema in anello chiuso.

$y(0) =$ $y(1) =$ $y(2) =$ $y(3) =$

Domanda 3.3 Sempre con $\alpha = -5$, si scriva l'equazione alle differenze che implementa il regolatore $R(z)$, esplicitando il procedimento per ottenerla.

$u(k)$:

Domanda 3.4 Sempre con $\alpha = -5$, si verifichi che il regolatore digitale $R(z)$ deriva dalla discretizzazione, adottando la trasformazione di Eulero implicito (all'indietro), dell'espressione del seguente regolatore analogico

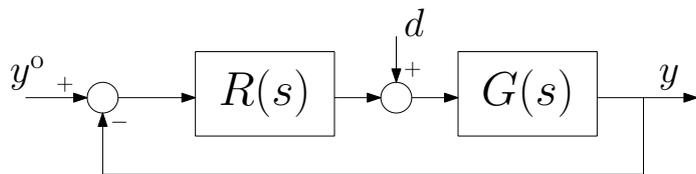
$$R^o(s) = -\frac{2.5}{0.1s + 0.9}$$

e si determini anche il periodo di campionamento T compatibile con tale discretizzazione.

$T =$

Esercizio 4

Si consideri il sistema di controllo schematizzato nella seguente figura.



$$G(s) = \frac{100}{s(0.1s + 1)}$$

Domanda 4.1 Si progetti un regolatore in grado di soddisfare le seguenti specifiche di progetto:

1. errore a transitorio esaurito $e_\infty = 0$, quando $d(t) = \text{sca}(t)$
2. pulsazione critica $\omega_c \geq 0.8 \text{ rad/s}$
3. il margine di fase sia $\varphi_m \geq 65^\circ$

A conclusione del progetto, si riporti l'espressione del regolatore:

$R(s) =$

Domanda 4.2 Supponendo che $G(s)$ sia affetta da un ritardo di tempo τ , determinare il massimo valore di tale ritardo perché il sistema sia asintoticamente stabile in anello chiuso.

Domanda 4.3 Si discuta il ruolo del filtro anti-alias nell'implementazione digitale di un sistema di controllo e si illustrino le linee guida per la definizione della banda passante di tale componente.