



POLITECNICO
MILANO 1863

FONDAMENTI DI AUTOMATICA

A.A. 2022-2023

PROF. ROCCO

13 GIUGNO 2023 - APPELLO

COGNOME E NOME: _____

MATRICOLA: _____

FIRMA: _____

Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **10** pagine (compresa la copertina). Firmare il frontespizio.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Esercizio 1

Si consideri il sistema dinamico lineare tempo invariante descritto dalle seguenti equazioni:

$$\dot{x}_1(t) = -3x_1(t) + x_2(t) + u(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = \alpha x_1(t) - 2x_2(t)$$

$$y(t) = x_1(t) + u(t)$$

Domanda 1.1 Si indichi per quali valori del parametro reale α il sistema è asintoticamente stabile.

α :

Domanda 1.2 Si determini la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema quando $\alpha = 0$.

$G(s) = \text{_____}$

Domanda 1.3 Si tracci l'andamento qualitativo della risposta allo scalino unitario di $G(s)$, giustificandone le principali caratteristiche.

Domanda 1.4 Considerando la $G(s)$ trovata al punto precedente, si ricavi, se possibile, l'espressione a transitorio esaurito della risposta $y(t)$ quando $u(t) = 5 \sin(10t)$.

$y(t) =$

Esercizio 2

Si consideri un sistema dinamico retroazionato negativamente, con funzione d'anello:

$$L(s) = \rho \frac{s - 2}{s(s + 3)^2}$$

Domanda 2.1 Tracciare il luogo delle radici diretto.

Domanda 2.2 Tracciare il luogo delle radici inverso.

Domanda 2.3 Indicare per quali valori del parametro ρ il sistema in anello chiuso risulta asintoticamente stabile.

ρ :

Domanda 2.4 È possibile trovare un valore di ρ per cui il sistema abbia almeno un polo in anello chiuso con parte reale -3.5 e sia asintoticamente stabile?

Esercizio 3

Si consideri il seguente sistema di controllo digitale

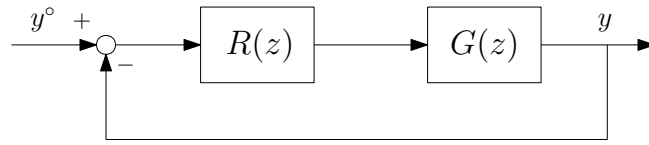


Figura 1: Schema di controllo digitale.

dove $R(z) = \frac{z + 0.5}{z - 1}$ è la funzione di trasferimento a tempo discreto che implementa il regolatore, mentre $G(z) = \frac{0.5}{z^2 + 0.5z}$ è il sistema dinamico a tempo discreto da controllare.

Domanda 3.1 Si discuta la stabilità del sistema da controllare $G(z)$.

Domanda 3.2 Calcolare i primi 6 campioni della risposta all'impulso di $G(z)$, verificandone l'andamento oscillante attorno al valore 0. A quale caratteristica del sistema $G(z)$ è imputabile tale comportamento?

$y(0) =$	$y(1) =$	$y(2) =$	$y(3) =$	$y(4) =$	$y(5) =$
----------	----------	----------	----------	----------	----------

Domanda 3.3 Si scriva l'equazione alle differenze che implementa il regolatore $R(z)$, esplicitando il procedimento seguito per ottenerla.

$$u(k) =$$

Domanda 3.4 Si ricavi l'espressione della funzione di trasferimento in anello chiuso $H(z)$ tra il riferimento $y^\circ(k)$ e l'uscita $y(k)$, discutendone la stabilità e indicandone il valore del guadagno μ_H . Quale proprietà del regolatore $R(z)$ giustifica il valore di μ_H ottenuto?

$$H(z) = \text{—————} \quad \mu_H =$$

Esercizio 4

Si consideri il sistema di controllo schematizzato nella Figura 2

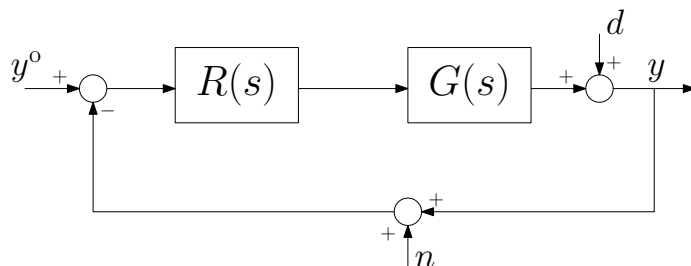


Figura 2: Sistema di controllo.

dove

$$G(s) = 10 \frac{1 - 0.1s}{1 + s}$$

Domanda 4.1 Si progetti un regolatore in modo da soddisfare i seguenti requisiti:

1. l'errore a transitorio esaurito sia $e_\infty = 0$ quando $y^\circ = sca(t)$
2. il disturbo $d(t) = \sin(\bar{\omega}t)$, con $\bar{\omega} \leq 0.1$ rad/s, sia attenuato a regime, sull'uscita y , di un fattore almeno pari a 10
3. il disturbo $n(t) = \sin(\bar{\omega}t)$, con $\bar{\omega} \geq 30$ rad/s, sia attenuato a regime, sull'uscita y , di un fattore almeno pari a 100
4. il margine di fase sia $\varphi_m \geq 70^\circ$
5. la pulsazione critica sia tale che $\omega_c \geq 1$ rad/s

A conclusione del progetto, si riporti l'espressione del regolatore:

$R(s) =$

Domanda 4.2 Si disegni lo schema a blocchi del sistema di controllo del presente esercizio comprensivo di un compensatore del disturbo d .

Domanda 4.3 Senza determinarne la funzione di trasferimento, si scriva la relazione che deve essere soddisfatta dalla risposta in frequenza del compensatore affinché l'effetto di un disturbo $d(t) = \sin(0.1t)$ sia annullato a transitorio esaurito sull'uscita y .