

**POLITECNICO**  
MILANO 1863

# FONDAMENTI DI AUTOMATICA

A.A. 2021-2022

PROF. ROCCO

6 FEBBRAIO 2023 - APPELLO

COGNOME E NOME: \_\_\_\_\_

MATRICOLA: \_\_\_\_\_

FIRMA: \_\_\_\_\_

## Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **10** pagine (compresa la copertina). Firmare il frontespizio.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.



## Esercizio 1

Si consideri il seguente sistema dinamico non lineare:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -x_1(t) + \sqrt{x_2(t)} \\ \dot{x}_2(t) &= -x_2^2(t) + x_1(t)x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) &= -x_1(t) + u(t) \\ y(t) &= x_1(t) + x_2(t)\sqrt{x_3(t)}\end{aligned}$$

**Domanda 1.1** Si determinino lo stato e l'uscita di equilibrio corrispondenti all'ingresso  $u(t) = \bar{u} = 1$ .

$\bar{x}_1$ :

$\bar{x}_2$ :

$\bar{x}_3$ :

$\bar{y}$ :

**Domanda 1.2** Si valuti se lo stato di equilibrio determinato al punto precedente è stabile, asintoticamente stabile, o instabile.

**Domanda 1.3** Si valuti se il sistema linearizzato intorno allo stato di equilibrio determinato precedentemente è completamente raggiungibile.

**Domanda 1.4** Sapendo che la funzione di trasferimento del sistema linearizzato intorno allo stato di equilibrio determinato precedentemente ha denominatore di grado 3, spiegare se il sistema stesso è completamente osservabile.

## Esercizio 2

Si consideri il sistema di controllo riportato in Figura 1

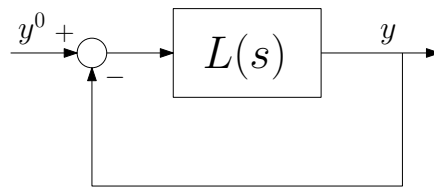


Figura 1: Schema di controllo.

dove  $L(s) = \frac{9}{s+1}$ .

**Domanda 2.1** Si tracci il diagramma polare di  $L(s)$ .

**Domanda 2.2** Si studi la stabilità del sistema in anello chiuso usando il criterio di Nyquist.

**Domanda 2.3** Si scriva la definizione di margine di guadagno e per il sistema del presente esercizio si spieghi perché non può essere applicata. Che valore convenzionalmente viene attribuito in questo caso?

$k_m$ :

**Domanda 2.4** Si calcoli la risposta analitica  $y(t)$  del sistema in anello chiuso, a fronte dell'ingresso  $y^0(t) = 10\text{sca}(t)$ .

$y(t)$ :

### Esercizio 3

Si consideri il sistema di controllo riportato in Figura 2

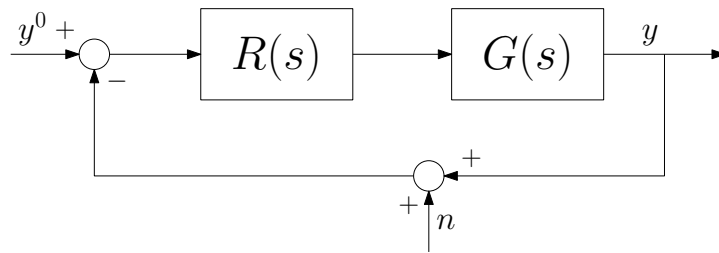


Figura 2: Schema di controllo.

dove  $G(s) = \frac{1-s}{s(s+1)}$ .

**Domanda 3.1** Si progetti un regolatore  $R(s)$  del minimo ordine possibile in grado di soddisfare le seguenti specifiche:

1. L'errore a transitorio esaurito sia nullo, a fronte di uno scalino unitario del segnale di riferimento, in assenza del disturbo  $n$ .
2. il disturbo  $n(t) = \sin(100t)$  sia attenuato a regime, sull'uscita  $y$ , di un fattore almeno pari a 10.
3. Il margine di fase del sistema retroazionato sia  $\varphi_m \geq 60^\circ$ .
4. La pulsazione critica  $\omega_c \geq 0.3$  rad/s.

$R(s) =$

**Domanda 3.2** Con riferimento al regolatore progettato alla Domanda 3.1, si scriva la definizione di funzione di sensitività e se ne tracci, utilizzando le usuali approssimazioni, il diagramma di Bode del modulo.

$$S(s) =$$



## Esercizio 4

Si consideri il sistema dinamico a tempo discreto di funzione di trasferimento

$$G(z) = \frac{z - 2}{2z^2 + 0.1z - 0.1}$$

**Domanda 4.1** Si mostrino le posizioni nel piano complesso dei poli e degli zeri di  $G(z)$  e si discuta la stabilità del sistema.

**Domanda 4.2** Si espliciti l'equazione alle differenze che lega l'ingresso  $u(k)$  e l'uscita  $y(k)$ .

$y(k) =$
----------

**Domanda 4.3** Si determinino i primi 3 campioni della risposta del sistema a un impulso unitario.

$y(0)$ :

$y(1)$ :

$y(2)$ :

**Domanda 4.4** Si scriva l'espressione della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento.