



POLITECNICO
MILANO 1863

FONDAMENTI DI AUTOMATICA

A.A. 2021-2022

PROF. ROCCO

16 GENNAIO 2023 - APPELLO

COGNOME E NOME: _____

MATRICOLA: _____

FIRMA: _____

Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **10** pagine (compresa la copertina). Firmare il frontespizio.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Esercizio 1

Si consideri il sistema dinamico non lineare tempo invariante in forma di stato:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 - x_3 \\ \dot{x}_2 &= (x_3 - x_2)u \\ \dot{x}_3 &= -(x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 + (x_3 + 1)^2 + u \\ y &= x_3\end{aligned}$$

Domanda 1.1 Si determini per quale valore \bar{u} dell'ingresso il sistema ha uno stato di equilibrio in $\bar{x} = [1 \quad -2 \quad -2]^\top$.

$\bar{u} =$

Domanda 1.2 Si determini l'espressione del sistema linearizzato intorno allo stato di equilibrio calcolato al punto precedente, e si valuti la stabilità dell'equilibrio.

Domanda 1.3 Si valuti se il sistema linearizzato del punto precedente è raggiungibile.

Domanda 1.4 Si valuti se il sistema linearizzato del punto precedente è osservabile. Sulla base del risultato ricavato anche al punto precedente, si spieghi se il grado del denominatore della funzione di trasferimento (senza calcolarla) sarà inferiore o uguale all'ordine del sistema linearizzato.

Esercizio 2

Si consideri il sistema dinamico lineare tempo invariante descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - 2x_2 + u \\ y &= -10x_1\end{aligned}$$

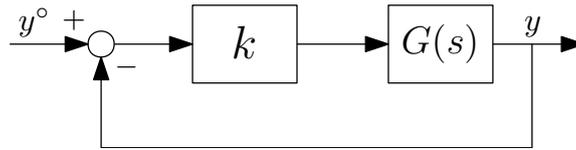
Domanda 2.1 Si calcoli la funzione di trasferimento $G(s)$ e si disegnino i relativi diagrammi di Bode.

$G(s) =$

Domanda 2.2 Considerando l'ingresso $u(t) = 2 \sin(3t) + 2$ si calcoli il **valore massimo** dell'uscita del sistema a transitorio esaurito.

$y_{\max} =$

Si consideri ora il seguente schema a blocchi:



Domanda 2.3 Si individuino i valori di $k \in \mathcal{R}$ per cui sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

k :

Domanda 2.4 Disegnare il luogo delle radici diretto ed inverso, al variare di k . Verificare il risultato di stabilità trovato al punto precedente.

k :

Esercizio 3

Si consideri il sistema di controllo riportato in Figura 1 dove $G(s) = \frac{0.1}{s+1} e^{-\frac{\pi}{10}s}$.

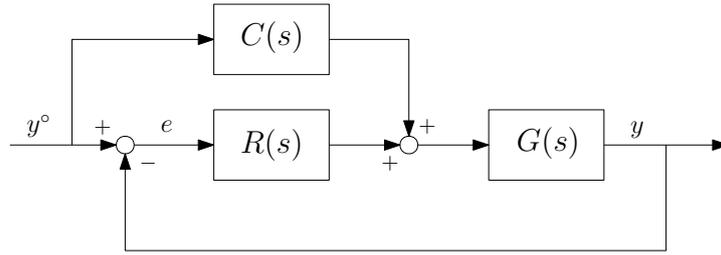


Figura 1: Schema di controllo.

Domanda 3.1 Posto $C(s) = 0$, si progetti un regolatore $R(s)$ con struttura Proporzionale-Integrale (PI) in grado di soddisfare le seguenti specifiche:

1. L'errore a transitorio esaurito sia nullo, a fronte di uno scalino unitario del segnale di riferimento.
2. Il margine di fase del sistema retroazionato sia $\varphi_m \geq 60^\circ$
3. La pulsazione critica ω_c sia massima.

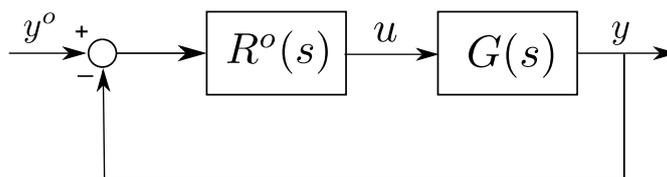
$$k_p =$$

$$k_i =$$

Domanda 3.2 Supponendo di adottare un controllore solamente Proporzionale (P) per $R(s)$, è possibile progettare un compensatore $C(s)$ in modo tale che l'errore e tra y^o e y sia nullo a transitorio esaurito, a fronte di uno scalino di y^o ?

Esercizio 4

Si consideri il sistema di controllo a tempo continuo in figura:



dove $R^o(s) = \frac{3}{s}$ e $G(s) = \frac{10}{(s+10)}$.

Domanda 4.1 Si determini un valore adeguato del tempo di campionamento T_C . Con la scelta fatta e tenendo conto del ritardo intrinseco di conversione, si calcoli il margine di fase verificando che sia maggiore di 60° .

$T_C =$

$\varphi_m =$

Domanda 4.2 Si ricavi, adottando la trasformazione di Tustin (del trapezio), la funzione di trasferimento $R^*(z)$ del corrispondente regolatore digitale.

$R^*(z) =$

Domanda 4.3 Considerando il regolatore digitale $R^*(z)$ trovato al punto precedente, si espliciti l'equazione alle differenze che lega $u^*(k)$ ed $e^*(k)$.

$$u^*(k) =$$

Domanda 4.4 Si chiarisca, giustificando la risposta, se il sistema risulta essere strettamente proprio oppure no. E' possibile riscontrare questa proprietà anche nell'espressione dell'equazione alle differenze trovata?