

# Fondamenti di Automatica

PROF. ROCCO

27 GENNAIO 2020

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

FIRMA: \_\_\_\_\_

## Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **10** pagine (compresa la copertina). Tutte le pagine utilizzate vanno firmate.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.



## ESERCIZIO 1

1. Si consideri un sistema lineare tempo invariante  $\Sigma$  descritto dalle matrici  $(A, B, C, D)$  e dal vettore di stato  $\mathbf{x}(t)$ , e un cambiamento di variabili di stato rappresentato dalla trasformazione  $\hat{\mathbf{x}}(t) = T\mathbf{x}(t)$ . Si determinino le matrici  $(\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D})$  del sistema  $\hat{\Sigma}$  ottenuto applicando tale trasformazione.

2. Si mostri che la proprietà di stabilità è invariante rispetto alla trasformazione  $\hat{\mathbf{x}}(t) = T\mathbf{x}(t)$  (ovvero se  $\Sigma$  è rispettivamente stabile, instabile, asintoticamente stabile allora  $\hat{\Sigma}$  sarà stabile, instabile, asintoticamente stabile).

3. Si mostri che i sistemi  $\Sigma$  e  $\hat{\Sigma}$  sono rappresentati dalla medesima funzione di trasferimento.

4. Si spieghi cosa si intende per proprietà strutturale di un sistema dinamico, e si citino almeno due esempi di proprietà strutturali.

## ESERCIZIO 2

1. Si enunci il criterio di Nyquist.

2. Si valuti, utilizzando il criterio di Bode o il criterio di Nyquist, se il sistema in anello chiuso ottenuto a partire dalle seguenti funzioni di trasferimento d'anello è asintoticamente stabile

$$L_1(s) = \frac{0.5}{s + 10} \quad L_2(s) = 10 \frac{1 - s}{(1 + s)^2} \quad L_3(s) = \frac{10}{1 - s}$$

3. Si spieghi se il sistema in anello chiuso ottenuto a partire dalla funzione di trasferimento d'anello  $L(s) = G_1(s)G_2(s)$ , dove

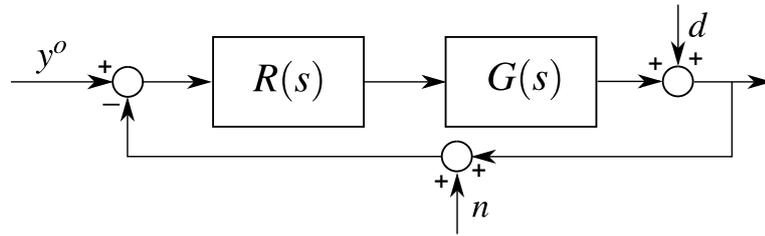
$$G_1(s) = 10 \frac{1-s}{1+s} \quad G_2(s) = \frac{1}{1-s}$$

è asintoticamente stabile.

4. Si determini il valore del margine di fase per la funzione di trasferimento d'anello  $L_1(s)$  definita al punto 2.

### ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema di controllo schematizzato in figura



dove

$$G(s) = \frac{10(10 - s)}{(s + 1)(s + 10)}$$

1. Assumendo  $n = 0$  e  $d = 0$ , si determini la funzione di trasferimento del regolatore  $R(s)$  in modo tale che:
  - l'errore a transitorio esaurito in risposta a un segnale di riferimento a scalino sia nullo;
  - il margine di fase sia almeno di  $60^\circ$ ;
  - la pulsazione critica sia almeno di 1 rad/s.

2. Con il controllore progettato al punto precedente, si valuti di quanto vengono attenuati sull'uscita i seguenti disturbi:  $d = \sin(0.1t)$  e  $n = \sin(100t)$ .

3. Si assuma ora la presenza nell'anello di un ritardo di 0.1 s. Si scriva la nuova espressione di  $G(s)$  in presenza di ritardo e si calcoli la corrispondente riduzione di margine di fase del sistema in anello chiuso progettato al punto precedente.

#### ESERCIZIO 4

1. Si enunci il teorema di Shannon (o del campionamento).

2. Si consideri un campionatore con pulsazione di campionamento pari a 50 rad/s. Si valuti, motivando la risposta, se è possibile campionare senza aliasing il seguente segnale:

$$y(t) = 10 \sin(5t) + 0.1 \cos(30t) + 5 \sin(20t)$$

3. Se nel precedente segnale sono presenti armoniche che generano aliasing, per ciascuna di esse si determini la pulsazione dell'armonica di aliasing che si manifesta. Si determini quindi il piú elevato tempo di campionamento che permette di campionare  $y(t)$  senza aliasing.

4. Si consideri un sistema in anello chiuso in cui il controllore digitale è preceduto da un campionatore. Si spieghi, in modo chiaro, quali sono i criteri per la scelta della pulsazione di campionamento.