



POLITECNICO
MILANO 1863

FONDAMENTI DI AUTOMATICA

A.A. 2021-2022

PROF. ROCCO

1 LUGLIO 2022 - APPELLO

COGNOME E NOME: _____

MATRICOLA: _____

FIRMA: _____

Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **10** pagine (compresa la copertina). Firmare il frontespizio.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Esercizio 1

Si consideri il sistema dinamico lineare invariante e a tempo continuo in forma di stato:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \\ y &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}u\end{aligned}$$

dove

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 3 & \alpha & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0] \quad \mathbf{D} = 0$$

Domanda 1.1 Si valuti per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ il sistema è asintoticamente stabile.

$\alpha :$

Domanda 1.2 Si determini l'espressione della funzione di trasferimento del sistema.

$G(s) =$

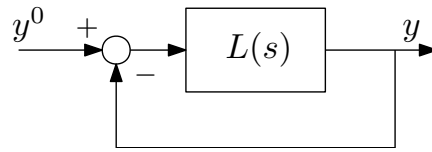
Domanda 1.3 Sulla base della funzione di trasferimento $G(s)$ calcolata al punto precedente si spieghi se il sistema è completamente raggiungibile e osservabile.

Domanda 1.4 Calcolare la risposta analitica $y(t)$ del sistema rappresentato da $G(s)$, a fronte dell'ingresso $u(t) = 2\text{sca}(t)$.

$$y(t) =$$

Esercizio 2

Si consideri il sistema di controllo in figura, con y variabile controllata e y^o riferimento



dove $L(s) = \frac{\mu}{(1 + 0.01s)^3}$.

Domanda 2.1 Si enunci il criterio di Nyquist.

Domanda 2.2 Si tracci il diagramma di Nyquist di $L(s)$ per un generico valore di $\mu > 0$.

Domanda 2.3 Sulla base del diagramma di Nyquist tracciato al punto precedente, si determini il massimo valore di $\mu > 0$ per cui il sistema in anello chiuso è asintoticamente stabile.

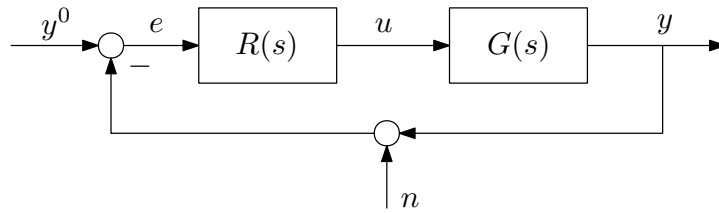
$\mu :$

Domanda 2.4 Si calcoli il margine di guadagno del sistema di controllo quando $\mu = 2$.

$k_m =$

Esercizio 3

Si consideri il sistema di controllo rappresentato nella seguente figura



dove $G(s) = \frac{30}{\frac{s}{30} + 1} e^{-0.1s}$.

Domanda 3.1 Si progetti un regolatore di tipo Proporzionale–Integrale (PI) in grado di soddisfare le seguenti specifiche di progetto:

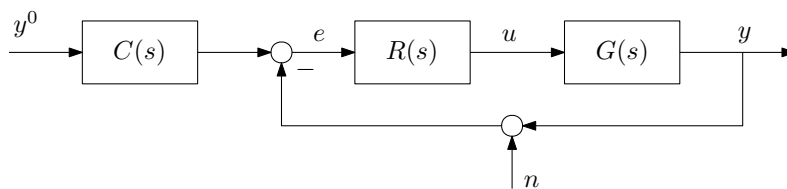
1. il disturbo $n(t) = \sin(\bar{\omega}t)$, con $\bar{\omega} \geq 30$ rad/s, sia attenuato a regime, sull'uscita y , di un fattore almeno pari a 10.
2. Il margine di fase sia $\varphi_m \geq 75^\circ$
3. L'uscita del sistema $y(t)$, a fronte di un riferimento a scalino $y^0 = sca(t)$, abbia un tempo di assestamento inferiore o pari a 5 secondi.

A conclusione del progetto, si riportino i valori dei parametri del controllore.

$$k_P =$$

$$k_I =$$

Domanda 3.2 Si consideri ora lo schema di controllo con compensatore del riferimento, mostrato nella seguente figura.



Si scriva una possibile espressione del compensatore $C(s)$ che consenta di raddoppiare la banda passante della funzione di trasferimento da y^0 a $y(t)$.

$C(s) =$

Esercizio 4

Si consideri un sistema dinamico lineare invariante a tempo discreto.

Domanda 4.1 Sapendo che, a fronte dell'ingresso $u(k) = \text{sca}(k)$ l'uscita del sistema vale

$$y(k) = -2 \cdot \text{imp}(k) + 3 \cdot \text{sca}(k),$$

si ricavi la funzione di trasferimento del sistema.

(Nota: per definizione $Y(z) = G(z)U(z)$ e quindi la funzione di trasferimento può essere calcolata come $G(z) = Y(z)/U(z)$)

$G(z) =$

Domanda 4.2 Sulla base del risultato trovato al punto precedente, si discuta la stabilità del sistema.

Domanda 4.3 Si calcoli il valore all'istante di tempo $k = 3$ della risposta all'impulso del sistema.

$$y(3) =$$

Domanda 4.4 Si indichi per quale valore del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, il sistema descritto dalle matrici in (1) coincide con quello di partenza.

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \quad C = [0 \quad 1] \quad D = [1] \quad (1)$$