

**POLITECNICO**  
MILANO 1863

# FONDAMENTI DI AUTOMATICA

A.A. 2021-2022

PROF. PAOLO ROCCO

9 GIUGNO 2022 - APPELLO

COGNOME E NOME: \_\_\_\_\_

MATRICOLA: \_\_\_\_\_

FIRMA: \_\_\_\_\_

## Avvertenze:

- Il presente fascicolo si compone di **10** pagine (compresa la copertina). Firmare il frontespizio.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Nei primi 30 minuti della prova non è consentito ritirarsi.
- Durante la prova non è consentito consultare libri o appunti di alcun genere.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici con display grafico.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi** predisposti. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la controcopertina del fascicolo.
- La chiarezza e l'**ordine** delle risposte costituiranno elemento di giudizio.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.



## Esercizio 1

Si consideri il sistema dinamico lineare invariante e a tempo continuo in forma di stato:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1 + x_2 + u \\ \dot{x}_2 &= -2x_2 + \alpha x_3 \\ \dot{x}_3 &= x_1 - 3x_3 \\ y &= x_1\end{aligned}$$

**Domanda 1.1** Si valuti per quali valori di  $\alpha$  il sistema è asintoticamente stabile.

$\alpha$  :

**Domanda 1.2** Si spieghi perché la stabilità è proprietà strutturale per un sistema dinamico.

**Domanda 1.3** Si valuti per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  il sistema è completamente raggiungibile.

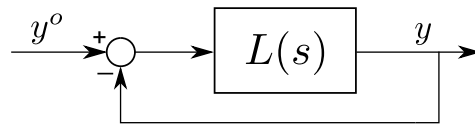
$\alpha$  :

**Domanda 1.4** Si valuti per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  il sistema è completamente osservabile. Alla luce anche del punto precedente, senza calcolarne l'espressione, si spieghi per quali valori di  $\alpha$  il denominatore della funzione di trasferimento del sistema ha grado 3.

$\alpha$  :

## Esercizio 2

Si consideri il seguente sistema di controllo, con  $y$  variabile controllata e  $y^o$  riferimento, in cui:



$$L(s) = \frac{\mu}{s(1 - 0.2s)^2}$$

**Domanda 2.1** Si tracci il luogo delle radici diretto.

**Domanda 2.2** Si tracci il luogo delle radici inverso.

**Domanda 2.3** Sulla base dei luoghi tracciati, si determini il valore del guadagno  $\mu = \bar{\mu}$  per cui il sistema in anello chiuso ha due poli con parte reale  $-1$ .

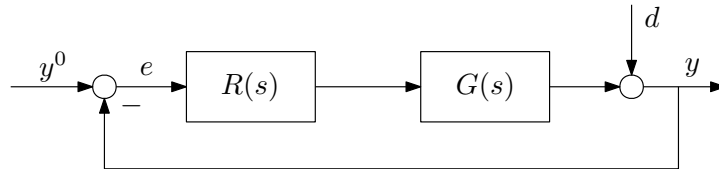
$\bar{\mu} =$

**Domanda 2.4** Sulla base dei luoghi tracciati, si determinino i valori di  $\mu$  per cui il sistema in anello chiuso è asintoticamente stabile.

$\mu :$

### Esercizio 3

Si consideri il sistema di controllo schematizzato nella seguente figura dove



$$G(s) = 100 \cdot \frac{1 - 0.03s}{s + 1}$$

**Domanda 3.1** Tracciare la risposta qualitativa del sistema da controllare,  $G(s)$ , ad uno scalino della variabile di ingresso  $u = sca(t)$ .

**Domanda 3.2** Si progetti un regolatore in modo da soddisfare le seguenti specifiche di progetto:

1. l'errore a transitorio esaurito sia  $e_\infty = 0$  quando  $y^\circ = sca(t)$
2. il disturbo  $d(t) = \sin(\bar{\omega}t)$ , con  $\bar{\omega} \leq 0.3$  rad/s, sia attenuato a regime, sull'uscita  $y$ , di un fattore almeno pari a 10
3. il margine di fase sia  $\varphi_m \geq 70^\circ$
4. la pulsazione critica sia  $\omega_c \geq 1$  rad/s

A conclusione del progetto, si riporti l'espressione del regolatore:

$R(s) =$





## Esercizio 4

Si consideri un sistema dinamico a tempo discreto descritto dalla seguente funzione di trasferimento:

$$G(z) = \frac{1}{(z + 0.5)(z + \alpha)}$$

**Domanda 4.1** Si determinino tipo e guadagno di  $G(z)$  per qualsiasi valore reale di  $\alpha \neq -1$ .

Tipo:

Guadagno:

**Domanda 4.2** Si indichi l'intervallo dei valori del parametro  $\alpha$  per cui il sistema è asintoticamente stabile.

$\alpha$  :

**Domanda 4.3** Ponendo  $\alpha = -\frac{1}{3}$ , si determinino, facendo uso degli appositi teoremi, il valore iniziale e, se possibile, il valore finale della risposta di  $G(z)$  allo scalino di ampiezza 2. Si verifichi che il valore finale sia coerente con i parametri ottenuti al punto 4.1.

$$y(0) =$$

$$y(k \rightarrow \infty) =$$

**Domanda 4.4** Ponendo sempre  $\alpha = -\frac{1}{3}$ , si determinino i primi quattro campioni della risposta di  $G(z)$  allo scalino di ampiezza 2.

$$y(0) =$$

$$y(1) =$$

$$y(2) =$$

$$y(3) =$$